ЭНТРОПИЯ

Авторы: Ю. В. Прохоров

ЭНТРОПИЯ в теории информации, мера неопределённости к.-л. опыта (испытания), который в зависимости от случая может заканчиваться разл. исходами. При этом предполагают, что имеются определённые вероятности появления того или иного исхода. Пусть $x_1, x_2, \dots, x_n$ – разл. исходы опыта, $p_1, p_2, \dots, p_n$ – соответствующие вероятности $p_j \leqslant 0$, $\sum_{j=1}^{2} p_j = 1$. Тогда Э. H определяется выражением

$$H = H(p_1, p_2, \dots, p_n) = \sum_{j=1}^{n} p_j \log_2(1/p_j)$$

(считается, что $0\log 0 = 0$).

Свойства Э.: Э. равна нулю в том случае, когда одно число из p_j равно единице, а остальные равны нулю, т. е. когда исход опыта достоверен; Э. достигает макс. значения при данном n, когда все исходы равновероятны; Э. объединения двух независимых опытов равна сумме их Э. Функция H от p_j является единственной, удовлетворяющей этим и ещё нескольким, столь же естественным требованиям. Однако ценность понятия Э. определяется не этим обстоятельством, а тем, что она играет важную роль в *информации теории*.

Для теории информации особый интерес представляет случай, когда x_j суть сообщения некоторого источника *информации*, передаваемыми по *каналу связи*. Сообщения при этом рассматривают как временные последовательности элементов (букв), выбираемых с некоторыми вероятностями из какой-то определённой совокупности (алфавита). Выводы теории информации касаются сообщений, являющихся «достаточно длинными» (в принципе неограниченно длинными) последовательностями букв, что соответствует предположению о весьма длительной работе источников сообщений и каналов связи. Поэтому Э. источника на символ (или скорость передачи сообщений, измеряемая в двоичных единицах на символ) определяется некоторым предельным переходом. С этой целью, наряду с сообщениями, представленными в виде неограниченных последовательностей $a_1, a_2, \ldots, a_N, \ldots$ букв некоторого s-буквенного алфавита, рассматривают «урезанные» сообщения длины N, т. е. цепочки $a_1, a_2, \ldots, a_N$. Выбирая в определении Э. в качестве x_j эти N-членные цепочки и в качестве p_j – соответствующие вероятности, получают некоторую величину H_N. Отношение H_N/N даёт Э. на букву для N-членных цепочек. В теории информации устанавливается, что при очень широком допущении устойчивости вероятностных закономерностей во времени (стационарность источника) величина H_N/N, убывая, стремится к пределу $H_\infty = \lim_{N\to\infty} H_N/N$, называемому Э. сообщения на символ. Если все символы имеют некоторую длительность и τ – их средняя длительность, то отношение H_∞/τ даёт Э. источника на единицу времени. Эти две величины H_∞ и H_∞/τ являются основными информационными характеристиками источника сообщений. Так, H_∞ позволяет оценить максимально возможную степень «сжатия» сообщения при использовании того же алфавита (см. *Избыточность сообщений*, *Кодирование*). Соотношение между скоростью создания сообщений H_∞/τ и ёмкостью к.-л. канала с тем же входным алфавитом, что использован при записи сообщений, определяет возможность «почти безошибочной» передачи этих сообщений по каналу (см. *Шеннона теорема*).

Э. испытания с бесконечным числом исходов можно попытаться определить с помощью предельного перехода. Но этот путь приводит, как правило, к бесконечному значению Э. Поэтому задаются определённым уровнем точности ε и определяют т. н. ε-энтропию как описываемого с точностью до ε исхода опыта.

Литература

Лит. см. при ст. *Информация*.