



ФРАКТАЛ

Авторы: М. В. Житлухин

ФРАКТАЛ (от лат. *fractus* – раздробленный), естественный объект (или математич. модель объекта), обладающий свойством самоподобия, т. е. в точности или приближённо совпадающий со своей частью. Примеры объектов в природе, которые приближённо являются Ф., дают кроны деревьев, кораллы, береговые линии, снежинки. Ф. характеризуются тем, что, в отличие от обычных геометрич. фигур (окружность, многоугольник и т. п.), которые при увеличении масштаба становятся похожими на фрагменты прямых линий или плоскостей, сохраняют нетривиальную структуру при сколь угодно большом увеличении масштаба.

В математике Ф. естеств. образом можно получить проводя одинаковые последовательные преобразования множеств. Напр., если из отрезка на прямой удалить его среднюю треть, затем из двух оставшихся частей снова удалить их средние трети и неограниченно продолжить такие действия, то в пределе оставшиеся точки образуют Ф., называемый *Кантора множеством*. Ф. также естеств. образом возникают при изучении динамич. систем (последовательностей функций, заданных итеративно) и их предельного поведения.

В теории вероятностей Ф. возникают как траектории случайных процессов. Напр., Ф. являются траектории броуновского движения: они самоподобны при любом масштабе (сколь угодно малый фрагмент траектории выглядит, в некотором смысле, так же как и вся траектория), при этом они являются крайне нерегулярными, они нигде не дифференцируемы и любые их фрагменты обладают бесконечной длиной.

Ф. широко применяются в прикладных областях. Напр., в физике они возникают при изучении турбулентности и диффузии. В информатике применяются фрактальные алгоритмы сжатия данных, основанные на обнаружении самоподобных фрагментов. Такие алгоритмы могут давать степень сжатия данных, многократно превосходящую

традиц. алгоритмы, особенно в области сжатия изображений и видео. В компьютерной графике с помощью Φ . визуализируются разл. природные объекты: деревья, облака, горные массивы, вода, огонь и т. п. В экономике и финансах случайные процессы, обладающие фрактальностью, используются как модели колебаний цен на разл. активы, такие как акции, облигации и т. п.

Термин « Φ .» введён франц. и амер. математиком Б. Мандельбротом в 1975.

Литература

Лит.: Мандельброт Б. Фрактальная геометрия природы. М.; Ижевск, 2010.