



# ФОРМАЛИЗОВАННЫЙ ЯЗЫК

Авторы: В. Е. Плиско

---

**ФОРМАЛИЗОВАННЫЙ ЯЗЫК** (формальный язык), искусственный (в отличие от естественных, напр., русского) язык, характеризующийся точными правилами построения выражений и их понимания. На протяжении всей истории развития математики в ней широко использовались символич. обозначения для разл. объектов и понятий. Однако наряду с символич. обозначениями математики свободно пользовались и обычным языком. Потребность в полной формализации математич. теорий, т. е. в изложении этих теорий на Ф. я., возникла в связи с задачей логич. анализа математич. суждений, уточнения понятия доказательства в математике. Ф. я., используемые для формализации математич. теорий, обычно называют логико-математическими языками, т. к. в них сочетается использование математич. и логич. символики. Среди этих языков важное место занимают т. н. языки 1-го порядка, которые строятся по следующей схеме.

Построение всякого языка начинается с указания алфавита этого языка, т. е. перечня символов (букв), из которых будут строиться все выражения языка. Затем описывается синтаксис Ф. я. – правила построения осмысленных выражений. В логико-математич. языках среди таких выражений различают термы и формулы. Термами называются выражения, которые являются аналогами имён объектов формализуемой теории и соответствующих именных форм. К термам прежде всего относятся предметные переменные и предметные константы – выражения, служащие для обозначения конкретных объектов. По определённым правилам из предметных констант и переменных строятся более сложные термы. Обычно для этого используются функциональные символы – имена конкретных функций. Если  $f$  есть  $n$ -местный функциональный символ, а  $t_1, \dots, t_n$  – термы, то выражение  $f(t_1, \dots, t_n)$  тоже считается термом.

Из термов с помощью предикатных символов (имён конкретных предикатов) и символов логич. операций, или логич. символов, строятся формулы – выражения, соответствующие высказываниям и высказывательным формам обычного языка. Если  $P$  –  $n$ -местный предикатный символ, а  $t_1, \dots, t_n$  – термы, то выражение  $P(t_1, \dots, t_n)$  называется элементарной формулой. Из элементарных формул строятся более сложные формулы, при этом логич. символы играют ту же роль, что союзы и др. служебные слова при построении сложных предложений обычного языка. Наиболее часто в логико-математич. языках используются следующие логич. символы:  $\supset$  – знак импликации,  $\wedge$  – знак конъюнкции,  $\vee$  – знак дизъюнкции,  $\neg$  – знак отрицания,  $\forall$  – квантор всеобщности,  $\exists$  – квантор существования.

Построение всякого конкретного логико-математич. языка 1-го порядка ведётся по указанной схеме путём выбора конкретных функциональных и предикатных символов и символов логич. операций. Число предметных констант, функциональных и предикатных символов может быть как конечным, так и бесконечным. Это, однако, не означает, что алфавит языка должен быть бесконечным, т. к. в качестве переменных могут использоваться не только отд. буквы, но и их сочетания.

Синтаксич. правила определяют класс осмысленных выражений  $\Phi$ . я. Понимание этих выражений, или семантика  $\Phi$ . я., обычно подразумевается при его построении. Интерпретация выражений  $\Phi$ . я., которая предполагалась при его построении, называется намеренной или гл. интерпретацией. Наряду с ней, возможны и др. интерпретации.

Описание синтаксиса и семантики  $\Phi$ . я. обычно ведётся на к.-л. естественном языке, который таким образом выступает как метаязык по отношению к данному формализов. языку.

Наряду с описанными выше языками 1-го порядка, рассматриваются языки более высоких порядков. Логико-математич. языки играют существенную роль в математич. логике и исследованиях по основаниям математики. Наряду с ними, широкое применение получили алгоритмич. языки и языки программирования –  $\Phi$ . я., служащие для записи алгоритмов, подлежащих выполнению на вычислит. машинах.

# Литература

Лит.: Черч А. Введение в математическую логику. 2-е изд. М., 2009. Т. 1.