



ФУРЬЕ КОЭФФИЦИЕНТЫ

ФУРЬЕ КОЭФФИЦИЕНТЫ, коэффициенты разложения периодич. функции в ряд

Фурье. Функция

$f(x)$, имеющая период

$2T$, представляется рядом Фурье

$$\frac{a_0}{2} + \sum_{k=1}^{\infty} \left(a_k \cos \frac{\pi k x}{T} + b_k \sin \frac{\pi k x}{T} \right),$$

где Ф. к. определяются равенствами

$$a_k = \frac{1}{T} \int_{-T}^T f(x) \cos \frac{\pi k x}{T} dx, \quad k = 0, 1, \dots, \quad b_k = \frac{1}{T} \int_{-T}^T f(x) \sin \frac{\pi k x}{T} dx, \quad k = 1, 2, \dots,$$

которые называются формулами Эйлера – Фурье.

Непрерывная функция

$f(x)$ однозначно определяется своими Ф. к. Для интегрируемой функции

$f(x)$ её Ф. к. стремятся к нулю при

$k \rightarrow \infty$, причём скорость их убывания зависит от дифференциальных свойств функции

$f(x)$; напр., если

$f(x)$ имеет

l непрерывных производных, то существует такое число

c , что

$$|a_k| \leq c/k^l,$$

$$|b_k| \leq c/k^l.$$

Ф. к. связаны с

$f(x)$ также равенством Парсеваля

$$\frac{1}{T} \int_{-T}^T |f(x)|^2 dx = \frac{|a_0|^2}{2} + \sum_{k=2}^{\infty} (|a_k|^2 + |b_k|^2).$$

О Ф. к. функции

$f(x)$ по любой нормированной ортogonalной системе функций

$\varphi_1(x)$,

$\varphi_2(x)$,

... на промежутке

(a, b) см. Фурье ряд.

Processing math: 100%