ФУНДАМЕНТАЛЬНАЯ ПОСЛЕДОВАТЕЛЬНОСТЬ

ФУНДАМЕНТАЛЬНАЯ ПОСЛЕДОВАТЕЛЬНОСТЬ (последовательность Коши, сходящаяся в себе последовательность), последовательность $\{x_n\}_{n\geqslant 1}$, удовлетворяющая условию Коши: для любого $\varepsilon>0$ существует такое N, что для всех $n>N$, $m>N$ выполняется неравенство $|x_n-x_m|<\varepsilon$. Здесь элементы последовательности $\{x_n\}_{n\geqslant 1}$ – действительные или комплексные числа либо точки метрич. пространства, $|x_n-x_m|$ – расстояние между точками x_n и x_m.

Всякая сходящаяся последовательность является Ф. п. Пространство, в котором верно обратное утверждение (всякая Ф. п. имеет *предел*), называется полным. Напр., евклидово пространство является полным. Множество рациональных чисел не обладает свойством полноты. Напр., последовательность $\{r_n\}_{n\geqslant 1}$ десятичных приближений числа $\sqrt{2}$ является Ф. п., но не имеет предела в множестве рациональных чисел.

В определении Ф. п. $\{x_n\}_{n\geqslant 1}$ элементов нормированного пространства вместо $|x_n-x_m|$ употребляется $||x_n-x_m||$, где $||\cdot||$ означает *норму* в этом пространстве. Полное нормированное пространство называется *банаховым пространством*. Любое нормированное пространство можно пополнить до банахова.

Литература

Лит.: Колмогоров А. Н., Фомин С. В. Элементы теории функций и функционального анализа. 7-е изд. М., 2012.