ФРЕДГОЛЬМА АЛЬТЕРНАТИВА

ФРЕДГОЛЬМА АЛЬТЕРНАТИВА, утверждение о разрешимости уравнения Фредгольма 2-го рода

$$\varphi(s) - \lambda\int_a^b K(s,t)\varphi(t)dt = f(s),\ s \in (a,b),$$

а именно: либо уравнение (1) и сопряжённое ему уравнение

$$\psi(s) - \bar{\lambda}\int_a^b \bar{K}(s,t)\psi(t)dt = g(s),$$

имеют единственное решение φ, ψ, каковы бы ни были известные функции f, g, либо соответствующие однородные уравнения (когда $f \equiv g \equiv 0$) имеют ненулевое решение, причём число линейно независимых решений конечно и одинаково для обоих уравнений.

Во втором случае для того, чтобы уравнение (1) имело решение, необходимо и достаточно, чтобы

$$\int_a^b f(t)\bar{\psi}_k(t)dt = 0, \quad k = 1, \dots, n,$$

где ψ_1, $\dots$, ψ_n – полная система линейно независимых решений однородного уравнения, соответствующего (2). При этом общее решение уравнения (1) имеет вид

$$\varphi(s) = \varphi_0(s) + \sum_{k=1}^{n} c_k\varphi_k(s)$$

$$\varphi(s) = \varphi_0(s) + \sum_{k=1} c_k\varphi_k(s),$$

где

φ_0 – к.-н. решение уравнения (1),

φ_1,

. . . ,

φ_n – полная система линейно независимых решений однородного уравнения, соответствующего (1),

c_1,

. . . ,

c_n – произвольные постоянные. Сходные утверждения имеют место и для уравнения (2).

Ф. а. доказана Э. И. *Фредгольмом* (1903).

Литература

Лит.: Смирнов В. И. Курс высшей математики. 6-е изд. М., 1974. Т. 4. Ч. 1;Владимиров В. С. Уравнения математической физики. 4-е изд. М., 1981.