ЧЕБЫШЕВА НЕРАВЕНСТВО

ЧЕБЫШЕВА НЕРАВЕНСТВО, 1) неравенство для монотонных последовательностей и функций. Ч. н. для конечных последовательностей

$a_1 \leqslant a_2 \leqslant \ldots \leqslant a_n$ и

$b_1 \leqslant b_2 \leqslant \ldots \leqslant b_n$ или

$a_1 \geqslant a_2 \geqslant \ldots \geqslant a_n$ и

$b_1 \geqslant b_2 \geqslant \ldots \geqslant b_n$ имеет вид (

$a_n \geqslant 0$,

$b_n \geqslant 0$)

$$\left(\sum_{k=1}^{n} a_k\right)\left(\sum_{k=1}^{n} b_k\right) \leqslant n\sum_{k=1}^{n} a_k b_k.$$

В интегральной форме Ч. н. имеет вид

$$\left(\int_a^b f(x)dx\right)\left(\int_a^b g(x)dx\right) \leqslant (a-b)\int_a^b f(x)g(x)dx,$$

где

$f(x) \geqslant 0$,

$g(x) \geqslant 0$ и обе функции либо убывают, либо возрастают. Если одна последовательность (функция) убывает, а др. последовательность (функция) возрастает, то знак неравенства в (1) и (2) меняется на противоположный. Неравенства установлены П. Л. Чебышевым (1882).

2) Ч. н. для вероятности отклонения случайной величины от своего математич. ожидания (неравенство Бьенеме – Чебышева), состоит в том, что для любого

$\varepsilon > 0$

$$\frac{\sigma^2}{\varepsilon^2}$$

$$P(|X - a| \geqslant \varepsilon) \leqslant \varepsilon^{-},$$

или, что то же самое, для любого

$t > 0$

$$P(|X - a| \geqslant t\sigma) \leqslant \frac{1}{t^2},$$

где

X – случайная величина с математич. ожиданием

$EX = a$ и дисперсией

$DX = \sigma^2$. Это неравенство было независимо открыто франц. математиком

И. Ж. Бьенеме (1853) и П. Л. Чебышевым (1867). В совр. лит-ре оно чаще называется

«Ч. н.», возможно, потому, что с именем Чебышева связано его использование при

доказательстве *больших чисел закона*. При некоторых дополнит. ограничениях

точность Ч. н. может быть увеличена: степенная оценка

$1/t^2$ может быть заменена показательной оценкой

$2e^{-t^2/4}$ убывающей с ростом

t значительно быстрее.

Processing math: 100%