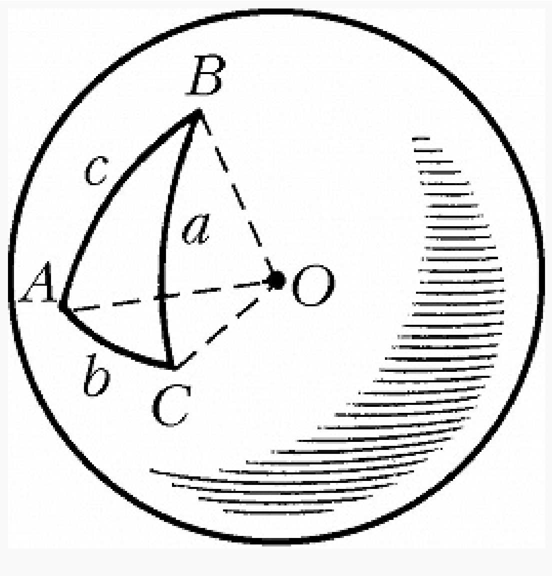
СФЕРИЧЕСКАЯ ТРИГОНОМЕТРИЯ



СФЕРИЧЕСКАЯ ТРИГОНОМЕТРИЯ, раздел геометрии, в котором изучаются связи между углами и сторонами сферических треугольников. Пусть A, B, C – углы и a, b, c – противолежащие им стороны (дуги большого круга, см. Сферическая геометрия) сферич. треугольника ABC (рис.). Они связаны осн. формулами сферич. тригонометрии

$$\frac{\sin a}{\sin A} = \frac{\sin b}{\sin B} = \frac{\sin c}{\sin C},$$

$$\cos a = \cos b \cos c + \sin b \sin c \cos A,$$

$$\cos A = -\cos B \cos C + \sin B \sin C \cos a,$$

$$\sin a \cos B = \cos b \sin c - \sin b \cos c \cos A,$$

$$\sin A \cos b = \cos B \sin C + \sin B \cos C \cos a.$$

Здесь стороны a, b, c измеряются соответствующими центральными углами, длины этих сторон равны соответственно

aR,

bR,

cR, где

R – радиус сферы. Меняя обозначения углов (и сторон) по правилу круговой перестановки

$A \to B \to C \to A$ (

$a \to b \to c \to a$), можно получить другие формулы С. т., аналогичные указанным. Формулы С. т. позволяют по любым трём элементам сферич. треугольника определить три остальные (решить треугольник).

Для прямоугольных сферич. треугольников (

$A = 90°$,

a – гипотенуза,

b,

c – катеты) формулы С. т. существенно упрощаются, напр.:

$$\sin b = \sin a \sin B,$$

$$\cos a = \cos b \cos c,$$

$$\sin a \cos B = \cos b \sin c.$$

С. т. возникла значительно раньше плоской тригонометрии при решении задач астрономии. Свойства прямоугольных сферич. треугольников, выражаемые формулами (1')–(3'), и разл. случаи их решения были известны ещё *Менелаю* и *Птолемею*, араб. учёный Насирэддин ат-Туси (13 в.) рассмотрел все случаи решения косоугольных сферич. треугольников, впервые указав решение в двух труднейших случаях. Л. *Эйлер* дал (1753, 1779) всю систему формул сферич. тригонометрии.

Литература

Лит.: Степанов Н. Н. Сферическая тригонометрия. 2-е изд. Л.; М., 1948.