СТЬЮДЕНТА РАСПРЕДЕЛЕНИЕ

СТЬЮДЕНТА РАСПРЕДЕЛЕНИЕ (

t-распределение) с

n степенями свободы, распределение вероятностей случайной величины

T, плотность которого

$$s_n(x) = \frac{1}{\sqrt{n\pi}} \frac{\Gamma\left(\frac{n+1}{2}\right)}{\Gamma\left(\frac{n}{2}\right)} \left(1 + \frac{x^2}{n}\right)^{-\frac{n+1}{2}},$$

$$-\infty < x < \infty,$$

где

Г – гамма-функция. При

$n = 1$ С. р. совпадает с *Коши распределением*, при

$n \to \infty$ аппроксимируется стандартным *нормальным распределением*. Плотность С. р.

одновершинна и симметрична относительно точки

$x = 0$. Математич. ожидание равно нулю при

$n > 1$, дисперсия равна

$n/(n-2)$ при

$n > 2$, моменты порядка

r конечны при

$r < n$.

С. р. можно определить как распределение отношения

$T = X/Y$ независимых случайных величин

X и

Y, где

X имеет стандартное нормальное распределение, а

nY^2 имеет хи-квадрат распределение с

n степенями свободы. Важная роль С. р. в математич. статистике объясняется следующим фактом: если случайные величины

X_1,

...,

X_n независимы и имеют нормальное распределение с параметрами

a и

σ^2, то при любых действительных

a и

$\sigma > 0$ величина

$$t = \sqrt{n}(\bar{X} - a)/s,$$

где

$$\bar{X} = \frac{1}{n}\sum_{j=1}^{n} X_j,\ s^2 = \frac{1}{n-1}\sum_{j=1}^{n}(X_j - \bar{X})^2,$$

имеет С. р. с

$n - 1$ степенями свободы. Это свойство было впервые использовано англ. математиком У. Госсетом (который публиковал свои работы под псевд. Стьюдент) в 1908 для построения критерия проверки гипотезы о том, что математич. ожидание

a нормального распределения равно заданному числу

a_0 в случае, когда дисперсия неизвестна (см. Статистических гипотез проверка). В условиях этой задачи С. р. используется также для построения доверительного интервала для неизвестного значения

a. С. р. используется и в других задачах обработки статистич. данных.

Литература

Лит.: Крамер Г. Математические методы статистики. Ижевск, 2003;Прохоров Ю. В., Пономаренко Л. С. Лекции по теории вероятностей и математической статистике. 2-е изд. М., 2012.