

# СТРАННЫЙ АТТРАКТОР

Авторы: В. Н. Белых



Странный аттрактор в системе Лоренца.

СТРАННЫЙ АТТРАКТОР, притягивающее множество целых неустойчивых траекторий в фазовом пространстве [динамической системы](#) (ДС). К С. а. со временем приближается любая точка из его окрестности или из [фазового пространства](#). Назв. «странный» предложено в 1971 Д. Рюэлем (Франция) и Ф. Такенсом (Нидерланды) и связано с его сложным геометрич. устройством и фрактальной

структурой. Траектории С. а. устойчивы по одним и неустойчивы по др. локальным координатам, они чувствительны к малым начальным возмущениям, быстро нарастающим во времени. Поскольку С. а. сохраняет свои свойства и при малых деформациях ДС, он служит математич. образом [динамического хаоса](#), представляющего собой [стохастические колебания](#) реальных детерминированных систем (физич., химич., биологич. и др.), моделируемых дифференциальными уравнениями и отображениями.

Развитию теории динамич. хаоса послужило открытие (С. Смейл, США, 1960) грубого бесконечного множества неблуждающих траекторий, означавшее возможность существования хаотич. колебаний в диссипативных детерминированных системах. Первой конкретной системой, в которой было установлено существование С. а., оказалась система Лоренца (введена в 1963 Э. Лоренцем, США). Аттрактор Лоренца (рис.) служит базовой моделью динамич. хаоса, так же как [предельный цикл](#) Пуанкаре – моделью [автоколебаний](#).

Все С. а. можно разделить на 3 типа: гиперболические, структура которых не

меняется во всех точках интервала параметра, характеризующего деформации ДС; сингулярно-гиперболические, структура которых меняется только в точках [бифуркаций](#) (число их, как правило, счётное); квазистранные – странные не на интервале, а на точечном множестве параметров (как правило, [Кантора множество](#)).

Для гиперболич. С. а. построена теория динамич. хаоса (Я. Г. [Синай](#)), включающая в себя положительность энтропии, существование инвариантной меры Синая – Боуэна – Рюэля, перемешивание и гауссово распределение отклонений от С. а. По этой теории динамич. хаос ничем не отличается от случайных колебаний, происходящих в системах с шумом. К гиперболич. С. а. относятся системы Аносова, бильярды Синая – Бунимовича, С. а. Смейла – Вильямса и др.

К С. а. сингулярно-гиперболического типа относятся аттрактор Лоренца, структура которого меняется при бифуркациях гомоклинич. петель седла, аттракторы Лози и Белых. Несмотря на сложность этих С. а., математич. теория хаоса для них построена. К С. а. 2-го типа относятся также т. н. дикие С. а., траектории которых имеют неустойчивые многообразия разной размерности; их структура пока не изучена.

К квазистранным С. а. относятся аттракторы в системах с бифуркациями гомоклинич. орбит и циклов (напр., с бифуркациями Шильникова). Примеры С. а. этого типа – аттракторы Эно и Рёсслера. Существуют аттракторы в виде моделей процессов в физич., технич., нейронных, экономических и др. системах, идентифицируемые как странные численно (неточно из-за неустойчивости С. а.) по критериям положительности старшего показателя Ляпунова, непрерывности спектра колебаний, по виду фазовой картины и др.

## Литература

Лит.: Синай Я. Г. Конечномерная случайность // Успехи математических наук. 1991. Т. 46. Вып. 3(279); Спротт Д. К. Элегантный хаос. М.; Ижевск. 2012.