СТИРЛИНГА ФОРМУЛА

СТИРЛИНГА ФОРМУЛА (формула Муавра – Стирлинга), равенство, позволяющее находить приближённые значения факториалов

$n! = 1 \cdot 2 \cdot \ldots \cdot n$ при больших значениях

n и имеющее вид

$$n! = \sqrt{2\pi n}\left(\frac{e}{n}\right)^n e^{\theta(n)},$$

где |θ(n)|\leqslant \frac{1}{12n} и

$e = 2,71828...$ – основание натуральных логарифмов. Часто С. ф. используется в виде

$$n! \sim \sqrt{2\pi n}\left(\frac{e}{n}\right)^n,$$

т. е. отношение левой части к правой стремится к единице при

$n \to \infty$. С. ф. в виде

$n! \approx B\sqrt{n}\left(\frac{n}{e}\right)^n$ была открыта А. де Муавром (1730), который нашёл и приближённое значение постоянной

B, равное 2,5074. С вопросом о точном значении

B он обратился к Дж. Стирлингу, предложившему (1730) первое асимптотич. разложение для логарифма гамма-функции, т. н. ряд Стирлинга, из которого следует, что

$B = \sqrt{2\pi} = 2.506628...$. Для натуральных

n гамма-функция и число

$n!$ связаны равенством

$\Gamma(n+1) = n!$, из ряда Стирлинга следует, что

$$n! = \sqrt{2\pi n}\left(\frac{n}{e}\right)^n \times \times \left(1 + \frac{1}{12n} + \frac{1}{288n^2} - \frac{139}{51840n^3} + \ldots\right).$$

Литература

Лит.: Гнеденко Б. В. Очерк по истории теории вероятностей. М., 2001.