СЛУЧА́ЙНЫЙ ПРОЦЕ́СС

СЛУЧА́ЙНЫЙ ПРОЦЕ́СС (стохастический процесс, вероятностный процесс), процесс изменения во времени к.-л. системы в соответствии с вероятностными закономерностями. Одним из примеров С. п. является физич. процесс *броуновского движения*. В простейшем случае С. п. – однопараметрич. семейство случайных величин $X(t)$, $t \in T$, где параметр t принимает значения из подмножества T действит. прямой и обычно называется временем. Как правило, $X(t)$ – числовая функция времени t; если же значения $X(t)$ являются векторами, то С. п. называется многомерным. Возможные значения $X(t)$ определяют состояния С. п. в любой момент времени t, которые могут быть представлены как точки некоторого фазового пространства. С. п. $X(t)$ описывается совокупностью совместных распределений вероятностей случайных величин $X(t_1),...,X(t_n)$ для всевозможных моментов времени $t_1,...,t_n$ при любом натуральном n, которые называются конечномерными распределениями С. п. $X(t)$. Теория С. п. является наиболее развитой ветвью общей теории *случайных функций* произвольного аргумента (понятие «С. п.» исторически связано с временно́й интерпретацией параметра t; если же t – вектор, то говорят о случайном поле).

В теории С. п. рассматриваются разл. классы и подклассы С. п., связанные с разными областями применения. С. п. классифицируют прежде всего по строению фазового пространства, которое может быть дискретным и непрерывным, и по характеру изменения аргумента t (дискретное или непрерывное время). С. п. с дискретным временем (t принимает целочисленные значения) называется также случайной последовательностью или временны́м рядом.

Более содержательна классификация С. п. по зависимости между значениями $X(t)$ в разл. моменты времени t. В первую очередь выделяются: С. п. с независимыми значениями: при любых $t_1,t_2,t_1 \neq t_2$ случайные величины $X(t_1),X(t_2)$ независимы; С. п. с независимыми приращениями: для любых непересекающихся промежутков $[t'_1,t'_2]$ и $[t''_1,t''_2]$, $t'_2 < t''_1$, случайные величины $X(t'_2) - X(t'_1)$ и $X(t''_2) - X(t''_1)$ независимы; *марковские процессы*: условное распределение $X(t_1)$, $t_0 < t_1$, при условии, что заданы все значения $X(t)$ при $t \leqslant t_0$, зависит только от $X(t_0)$; стационарные случайные процессы: вероятностные характеристики С. п. неизменны во времени; в частности, при любых t и s случайные величины $X(t)$, $X(t+s)$ имеют одно и то же распределение, пары случайных величин $(X(t_1), X(t_2))$ и $(X(t_1+s), X(t_2+s))$ имеют одно и то же совместное распределение и т. д. (среди стационарных случайных процессов особую роль играют т. н. гауссовские процессы, у которых все конечномерные распределения являются нормальными распределениями). Во 2-й пол. 20 в. большое развитие получила теория *мартингалов*.

Способы описания и анализа С. п. разнообразны и приспособлены к тем или иным классам; напр., в теории марковских процессов используются методы решения дифференциальных и интегро-дифференциальных уравнений, в теории стационарных С. п. – методы функционального анализа.

Зарождение теории С. п. связано с работами А. А. *Маркова* (старшего) по изучению последовательности зависимых испытаний – *Маркова цепей* (С. п. с дискретным множеством состояний и дискретным временем). См.

также *Ветвящийся процесс*, *Винеровский процесс*, *Пуассоновский процесс*.

Литература

Лит.: Гихман И. И., Скороход А. В.Введение в теорию случайных процессов. 2-е изд. М., 1977;Розанов Ю. А. Введение в теорию случайных процессов. М., 1982; Вентцель А. Д. Курс теории случайных процессов. 2-е изд. М., 1996.