

СИММЕТРИЯ

СИММЕТРИЯ (лат. *symmetria*, от греч. *συμμετρία* – соразмерность) в математике,

1) S . (в узком смысле), или (зеркальное) отражение относительно плоскости α в пространстве (относительно прямой α на плоскости), – преобразование пространства (плоскости), при котором каждая точка M переходит в точку M' такую, что отрезок MM' перпендикулярен плоскости (прямой) α и делится ею пополам. Плоскость (прямая) α называется плоскостью (осью) S . (рис. 1).

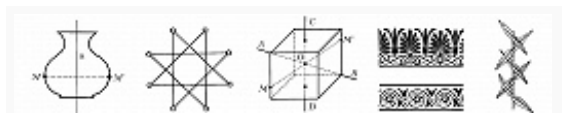


Рис. 1. Рис. 2. Рис. 3. Рис. 4. Рис. 5.

2) S . (в широком смысле) – свойство геометрич.

фигуры Φ совмещаться с собой при действии

некоторой группы G (см. [Групп теория](#))

ортогональных преобразований, называемой

группой симметрии Φ . При этом преобразование

A евклидова пространства называется

ортогональным, если оно сохраняет скалярное произведение любых векторов x, y , т. е.

$(Ax, Ay) = (x, y)$. Ортогональные преобразования и только они сохраняют длины векторов

и углы между ними. Таким образом, S . отражает некоторую правильность формы

фигуры, её инвариантность при действии преобразований из G . Напр., если фигура Φ

на плоскости такова, что повороты относительно некоторой точки O на угол $360^\circ/n$,

$n \geq 2$ – целое, переводят её в себя, то говорят, что Φ обладает S . n -го порядка, а O

называют центром симметрии n -го порядка (рис. 2). Окружность обладает S .

бесконечного порядка, поскольку совмещается с собой при повороте вокруг центра на любой угол.

Простейшими видами пространственной S ., помимо S ., порождённой отражениями, являются:

а) S . порядка n относительно прямой; в этом случае фигура совмещается с собой

вращением вокруг некоторой прямой (оси S .) на угол $360^\circ/n$. Напр., плоская фигура в

пространстве, симметричная относительно некоторой прямой, имеет в пространстве эту прямую осью C . 2-го порядка. Для куба (рис. 3) прямая AB является осью C . 3-го порядка, а прямая CD – осью C . 4-го порядка; вообще, правильные и полуправильные многогранники симметричны относительно ряда прямых.

б) C . переноса; в этом случае фигура совмещается с собой переносом вдоль некоторой прямой (оси переноса) на некоторый отрезок. Фигура с одной осью переноса обладает бесконечным множеством плоскостей C ., перпендикулярных оси переноса, поскольку любой перенос можно осуществить двумя последовательными отражениями (рис. 4). Фигуры, имеющие неск. осей переноса, играют важную роль при исследовании кристаллич. решёток.

Комбинации C ., порождённые отражениями и вращениями (исчерпывающие простейшие виды C . конечных фигур), а также переносами, представляют интерес и являются предметом исследования в разл. областях естествознания, искусства и т. д. Напр., винтовая C ., порождённая поворотом на некоторый угол вокруг оси и переносом вдоль той же оси, наблюдается в расположении листьев у растений (рис. 5).

Литература

Лит.: Коксетер Г. С. Введение в геометрию. М., 1966; Шубников А. В., Копчик В. А. Симметрия в науке и искусстве. 3-е изд. М.; Ижевск, 2004; Вейль Г. Симметрия. 3-е изд. М., 2007; Вигнер Е. Инвариантность и законы сохранения: Этюды о симметрии. 3-е изд. М., 2015. См. также лит. при ст. Групп теория.