

ПАРАМЕТРИЧЕСКИЕ НЕУСТОЙЧИВОСТИ

Авторы: А. П. Сухоруков

ПАРАМЕТРИЧЕСКИЕ НЕУСТОЙЧИВОСТИ, самопроизвольное нарастание возмущений колебательных систем и волновых структур, возникающее в результате пространственно-временной модуляции параметров, характеризующих частоту собств. колебаний. Простейшие примеры П. н.: раскачка механич. колебаний маятника переменной длины, раскачка электрич. колебаний резонансного контура с переменной ёмкостью или индуктивностью. Если параметр осциллятора меняется по гармонич. закону, то колебания описываются уравнением Матье:

$$\frac{d^2x}{dt^2} + \omega_0^2[1 + m\cos(\omega_H t)]x = 0,$$

где

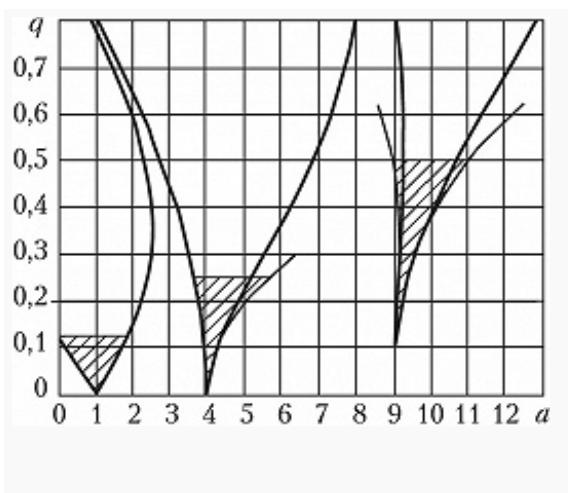
x – пространственная координата,

t – время,

ω_0 – собств. частота осциллятора,

m – глубина модуляции,

ω_H – частота накачки.



Уравнение (1) имеет решение

$$x = C_1 x_M(\omega_0 t) e^{\gamma t} + C_2 x_M(-\omega_0 t) e^{-\gamma t},$$
 где

γ – характеристич. показатель,

$x_M(\omega_0 t)$ – ограниченная периодич. функция с периодом

π или

2π ,

C_1 и

Рис. 1. Диаграмма существования параметрической неустойчивости (заштрихованная область).

C_2 – константы. Колебания раскачиваются, если γ – действительная величина, и устойчивы, если γ – мнимое число.

На рис. 1 показана диаграмма П. н. (заштрихованные области) в координатах нормированной частоты

$$a = 4\omega_0^2/\omega_H^2 \text{ и индекса модуляции}$$

$q = m\omega_0^2/\omega_H^2$. Колебания наименее устойчивы при параметрическом резонансе

$a = 1$, когда частота накачки в 2 раза превышает собств. частоту осциллятора:

$\omega_H = 2\omega_0$. Ширина резонанса и инкремент неустойчивости растут пропорционально глубине модуляции

m . При наличии отстройки от резонансной частоты и поглощения П. н. проявляется, если

m превышает определённое пороговое значение; тогда возмущение начинает расти с уровня шумов (тепловых, квантовых и др.), отбирая энергию накачки. В нелинейном колебательном контуре модуляцию ёмкости можно осуществить, воздействуя мощным сигналом накачки на частоте

ω_H на включённый в цепь полупроводниковый диод.

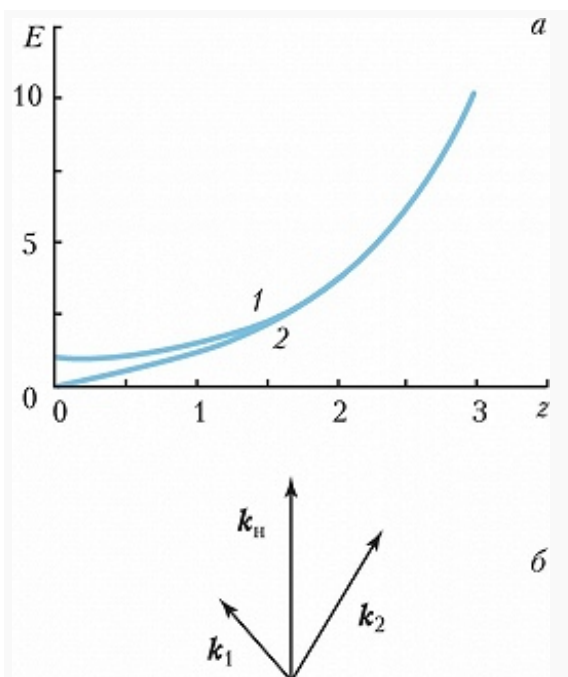


Рис. 2: а – зависимость амплитуд сигнальной (1) и холостой (2) волн

В нелинейных средах с распределёнными параметрами взаимодействуют волны и колебания разл. физич. природы. Напр., в плазме и диэлектриках интенсивная волна накачки осуществляет пространственно-временную модуляцию диэлектрич. или магнитной проницаемости по закону бегущей волны. Распространение слабых волн в среде с модулированным параметром описывается уравнением

$$\frac{\partial^2 E}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 E}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 E}{\partial z^2} + \frac{\epsilon\mu}{c^2} \frac{\partial^2 [1 + m\cos(\omega_H t - k_H z)] E}{\partial t^2} = 0,$$

среде с квадратичной
нелинейностью; \mathbf{b} – ориентация
волновых векторов накачки,
сигнальной и холостой волн при
фазовом си...

где

E – напряжённость электрич. поля,

$x,$

$y,$

z – пространственные координаты,

ϵ – диэлектрич. проницаемость,

μ – магнитная проницаемость,

k_H – волновое число волны накачки. Решение уравнения (2) показывает, что в среде с квадратичной нелинейностью в поле волны накачки одновременно нарастают 2 волны (рис. 2, а) с частотами и волновыми векторами, удовлетворяющими условиям параметрич. резонанса (распадным условиям):

$$\omega_H = \omega_1 + \omega_2, \quad \mathbf{k}_H = \mathbf{k}_1 + \mathbf{k}_2.$$

Расположение волновых векторов при фазовом синхронизме (3) изображено на рис.

2, б. Для квазичастиц, обладающих энергией

$\hbar\omega$ и импульсом

$\hbar\mathbf{k}$ (

\hbar – постоянная Планка), распадные условия можно интерпретировать как законы сохранения энергии и импульса при распаде кванта с энергией

$\hbar\omega_H$ и импульсом

$\hbar\mathbf{k}_H$ на два других (

$\hbar\omega_1,$

$\hbar\mathbf{k}_1$ и

$\hbar\omega_2,$

$\hbar\mathbf{k}_2$). Т. к. при распаде энергия передаётся обоим образующимся квантам, они имеют меньшие частоты, чем квант волны накачки:

$\omega_1, \omega_2 < \omega_H$. Если волна накачки и пробные волны (сигнальная и холостая)

принадлежат одной и той же ветви дисперсионной кривой колебаний, то распадные условия выполняются не для всякой зависимости

$\omega(\mathbf{k})$. Гораздо проще распадные условия выполняются, если в процесс П. н. вовлечены неск. ветвей колебаний. Это явление исследуется в физике плазмы, физике микроволн, нелинейной оптике и др.

П. н. волн лежат в основе вынужденных рассеяний. Сюда относится параметрическое рассеяние света, при котором происходит усиление квантовых и тепловых шумов и характерной особенностью которого является зависимость частоты рассеянного света от угла рассеяния (направления наблюдения). Это обусловлено тем, что при наклоне волновых векторов сигнальной и холостой волн появляется фазовая расстройка, которая компенсируется перестройкой частот

ω_1 и

ω_2 . Т. о., углы, под которыми происходит рассеяние фотонов, зависят от дисперсионных свойств нелинейной среды – показателей преломления сигнальной и холостой волн. Рассеянный свет состоит из коррелированных попарно фотонов («бифотонов») и является «сжатым» (см. Сжатое состояние).

Другой пример – комбинационное рассеяние света, при котором роль холостой волны выполняют молекулярные колебания. Излучение, рассеянное с частотой, меньшей, чем у падающего света, называется стоксовым излучением, а излучение с большей частотой – антистоксовым.

При больших амплитудах накачки может возникнуть П. н. даже в отсутствие резонанса в случае, когда одна из волн, образующихся при распаде, не существует в среде в отсутствие накачки. Примером типичной нерезонансной П. н. является модуляционная неустойчивость. К П. н. относят и взрывную неустойчивость волн, возникающую в средах, где имеются волны с отрицательной энергией. Важную роль в параметрич. процессах в низкотемпературной плазме играет т. н. тепловая параметрич. неустойчивость.

П. н. может развиваться также в среде с кубич. нелинейностью при четырёхволновом взаимодействии в двух вариантах. В первом случае условие распадной неустойчивости выглядит как распад кванта накачки на 3 кванта:

$$\omega_n = \omega_1 + \omega_2 + \omega_3, \quad k_n = k_1 + k_2 + k_3.$$

Во втором случае 2 кванта сливаются, а затем распадаются на 2 др. кванта:

$$\omega_n + \omega_1 = \omega_2 + \omega_3, \quad k_n + k_1 = k_2 + k_3.$$

В вырожденном случае две частоты могут совпадать, и процесс становится

трёхчастотным, как в среде с квадратичной нелинейностью, только с двухфотонной накачкой. Однако в среде с кубич. нелинейностью всегда присутствует самовоздействие: в соотношениях (4) все частоты и волновые векторы отвечают одной волне. Самовоздействие влияет на фазы волн и меняет характер параметрич. неустойчивости.

Литература

Лит.: Ахманов С. А., Хохлов Р. В. Проблемы нелинейной оптики. М., 1964; Силин В. П. Параметрическое воздействие излучения большой мощности на плазму. М., 1973; Клышко Д. Н. Фотоны и нелинейная оптика. М., 1980; Федорченко А. М., Коцаренко Н. Я. Абсолютная и конвективная неустойчивости в плазме и твердых телах. М., 1981; Сушинский М. М. Вынужденное рассеяние света. М., 1985.

Processing math: 100%