



ПАРАДОКС

ПАРАДОКС (антиномия), ситуация, когда в теории доказаны два взаимно исключающих друг друга утверждения, причём каждое из них выведено убедительными с точки зрения данной теории средствами.

В отличие от софизма, умышленно ложного умозаключения с замаскированной ошибкой, П., как правило, свидетельствует о глубоких недостатках данной теории. Часто обнаружение П. приводит к существенной перестройке всей теории в целом, привлекает внимание к новым явлениям и в конечном счёте служит стимулом дальнейших исследований. Эта особенность П. со времён античности привлекала к себе внимание философов. Уже в античной философии обсуждались неск. П., известных под назв. *апорий*.

Одной из самых знаменитых апорий является апория *Зенона Элейского* «Ахилл и черепаха». Парадоксы такого типа легко преодолеваются в совр. математич. модели непрерывного движения. Как показывает подробный анализ, существенную роль в их преодолении играет выполнение в поле действительных чисел аксиомы Архимеда: для всяких действительных чисел $a, b > 0$ найдётся натуральное число n , такое, что $na > b$. И всё же ситуация, отражённая в этом П., достаточно глубока. Для исследования концепции бесконечно больших и бесконечно малых величин неоднократно предпринимались попытки построения теории действительных чисел, в которой аксиома Архимеда не имеет места. Теория неархимедовых упорядоченных полей является весьма содержательной частью совр. алгебры.

Ещё один известный парадокс «Куча» состоит в следующем. «Одна песчинка не есть куча песка. Если n песчинок не есть куча песка, то $n+1$ песчинка – тоже не куча. Следовательно, никакое число песчинок не образуют кучи». В совр. терминологии к этому П. можно сделать следующий комментарий: метод полной математич. индукции нельзя применять к объёмно неопределённым понятиям, каковым является понятие

«куча песка». Со 2-й пол. 20 в. объёмно неопределённые понятия используют в основаниях математики для установления непротиворечивости классич. теорий и свойства таких понятий исследуются точными методами.

Для математики наибольший интерес представляют т. н. логические и семантические П., связанные с необычными способами образования понятий.

Литература

Лит.: Клини С. К. Введение в метаматематику = Introduction to metamathematics. 2-е изд. М., 2009; Френкель А., Бар-Хиллел И. Основания теории множеств. 3-е изд. М., 2010.