ПАРАБОЛОИД

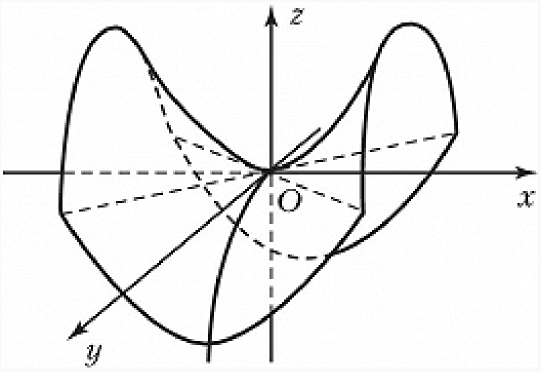

Рис. 2.

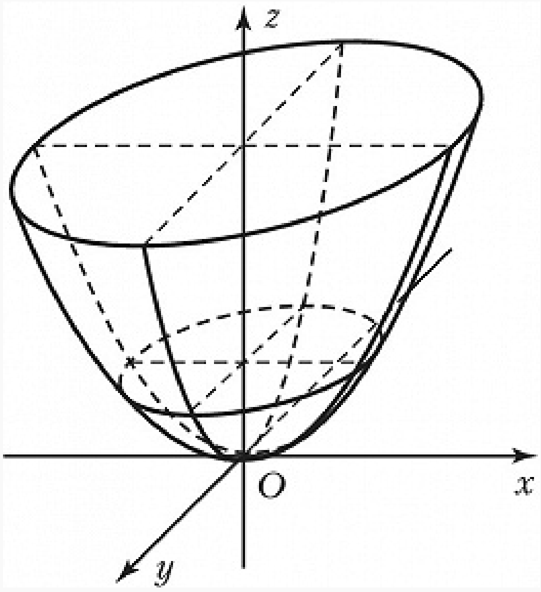

Рис. 1.

ПАРАБОЛОИД (от *парабола* и греч. εἶδος – вид), незамкнутая нецентральная *поверхность второго порядка*; существуют два вида П. – эллиптический П. (рис. 1) и гиперболический П. (рис. 2). Оба они могут быть представлены как поверхности, описываемые при движении одной (подвижной) параболы вдоль другой (неподвижной) так, что вершина подвижной параболы скользит по неподвижной, а плоскость и ось подвижной параболы остаются параллельными сами себе. Эллиптич. П. получается, если обе параболы обращены вогнутостью в одну сторону, гиперболич. П. – если параболы обращены вогнутостью в разные стороны, поэтому гиперболич П. имеет вид седла.

В прямоугольной системе координат $Oxyz$ с началом в вершине П., ось Oz которой является осью симметрии П., а плоскости zOx и Oyz – плоскостями симметрии П., уравнение П. имеет т. н. канонич. вид:

$$\frac{x^2}{p} + \frac{y^2}{q} = 2z$$

для эллиптич. П. и

$$x^2 \quad x^2$$

$$\frac{}{p} = \frac{}{q} = 2z$$

для гиперболич. П., где

$p > 0, q > 0$ – параметры.

Сечения эллиптич. П., параллельные плоскости

Oxy, – эллипсы; сечения, параллельные оси

Oz, – параболы. Если

$p = q$, то П. является параболоидом вращения, который получается вращением параболы

$x^2 = 2pz$, лежащей в плоскости

Oxy, вокруг своей оси. Сечения плоскостями

Oxz и Oyz

– параболы:

$x^2 = 2pz, y = 0$ (неподвижная) и

$y^2 = 2qz, x = 0$ (подвижная).

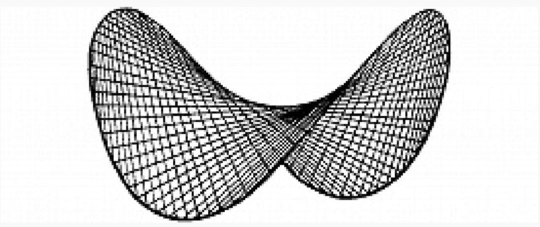

Рис. 3.

Сечения гиперболич. П. плоскостями

Oxz и

Oyz – параболы:

$x^2 = 2pz, y = 0$ (неподвижная) и

$y^2 = -2qz, y = 0$ (подвижная). Сечения плоскостями, параллельными плоскости

Oxy, – гиперболы (при

$z = 0$ – пара пересекающихся прямых). Через каждую точку гиперболич. П. проходят две прямые, целиком принадлежащие его поверхности, – прямолинейные образующие, таким образом, гиперболич. П. – линейчатая поверхность, образованная двумя семействами прямых (рис. 3).