

ПАРАБОЛА

ПАРАБОЛА (греч. παραβολή – приложение), множество точек

$M = M(x, y)$ плоскости (рис. 1), для которых расстояние

$r = FM$ до определённой точки

$F(p/2, 0)$ этой плоскости (фокуса параболы) равно расстоянию

$d = DM$ до определённой прямой

$D_1D'_1$ (директрисы параболы). Прямая, проходящая через фокус

F перпендикулярно директрисе

$D_1D'_1$, называется осью параболы, точка пересечения P с осью – вершиной параболы.

В прямоугольной системе координат

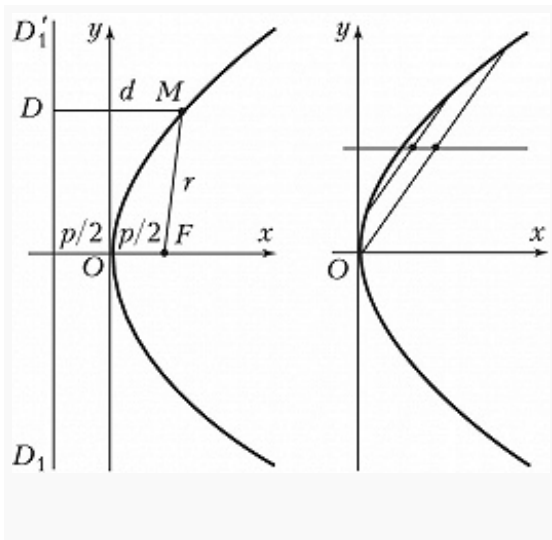
Oxy с началом в вершине P и осью

Ox , направленной по оси P от директрисы к фокусу, уравнение P имеет т. н. канонич. вид

$$y^2 = 2px,$$

где

p (фокальный параметр) – расстояние от фокуса до директрисы или половина длины хорды, проходящей через фокус перпендикулярно оси.



P – нецентральная [линия второго порядка](#). Она состоит из одной бесконечной ветви, симметричной относительно оси.

[Эксцентриситет](#) P .

$e = 1$. Диаметр параболы – прямая, проходящая через середины параллельных хорд (рис. 2).

Касательная TM и нормаль

Рис. 1.

НМ к П. в точке

Рис. 2.

М (рис. 3) являются биссектрисами углов между фокальным радиус-вектором

FM и диаметром

DM. Поэтому если в фокусе П. поместить источник света, то исходящие из него лучи после зеркального отражения от кривой образуют пучок, параллельный её оси.

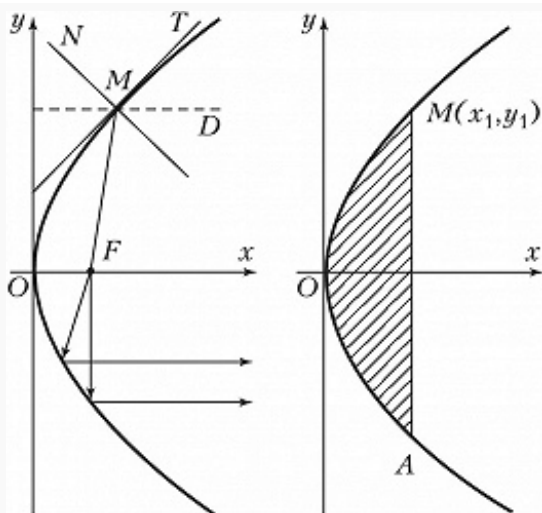
Радиус кривизны П. в точке

$M(x, y)$

$$R = (p + 2x)^{3/2} / \sqrt{p};$$

в вершине

$R = p.$



Площадь сегмента

АОМ (рис. 4) равна

$$4x_1y_1/3.$$

В полярной системе координат (полюс в фокусе П., полярная ось направлена по оси П.)

уравнение П. имеет вид

$$\rho = \frac{p}{1 - \cos \varphi}.$$

Рис. 3.

Уравнение П. с вертикальной осью (рис. 5):

Рис. 4.

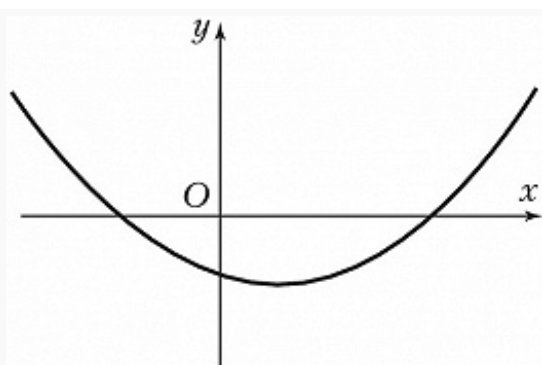
$$y = ax^2 + bx + c$$

(фокальный параметр

$p = | a | / 2$); при

$a > 0$ П. обращена вершиной вниз, при

$a < 0$ – вершиной вверх, координаты вершины



$$x_0 = \frac{b}{2a}, \quad y_0 = \frac{4ac - b^2}{4a}.$$

Рис. 5.

Иногда П.

n -го порядка называют график степенной функции

$$y = ax^n.$$

Название «П.» ввёл Аполлоний Пергский (ок. 200 до н. э.), рассматривавший П. как одно из конических сечений.