ОСТРОГРАДСКОГО МЕТОД

ОСТРОГРАДСКОГО МЕТОД, метод выделения рациональной части неопределённого интеграла

$$\int \frac{P(x)}{Q(x)} dx,$$

где

$Q(x)$ – многочлен степени

n, имеющий кратные корни, а

$P(x)$ – многочлен степени

$m \le n - 1$. О. м. позволяет алгебраич. путём представить такой интеграл в виде суммы двух слагаемых, из которых первое является рациональной функцией переменного x, а второе рациональной части не содержит. Имеет место равенство

$$\int \frac{P(x)}{Q(x)} dx = \frac{P_1(x)}{Q_1(x)} + \int \frac{P_2(x)}{Q_2(x)} dx,$$

где

Q_1,

Q_2,

P_1,

P_2 – многочлены степеней соответственно

n_1,

n_2,

m_1,

m_2, причём

$n_1 + n_2 = n$,

$m_1 \le n_1 - 1$,

$m_2 \leq n_2 - 1$ и многочлен

$Q_2(x)$ не имеет кратных корней. Многочлен

$Q_1(x)$ является наибольшим общим делителем многочленов

$Q(x)$ и

$Q'(x)$, поэтому явное выражение

$Q_1(x)$ можно найти, напр., с помощью алгоритма Евклида. Дифференцируя левую и правую части

($\ast$), получают тождество

$$Q_2(x)P_1'(x) - P_1(x)\frac{Q_2(x)Q_1'(x)}{Q_1(x)} + P_2(x)Q_1(x) = P(x),$$

которое позволяет найти явные выражения многочленов

$P_1(x)$,

$P_2(x)$ методом неопределённых коэффициентов.

О. м. впервые предложен М. В. *Остроградским* (1844).