ОБЩИЙ ИНТЕГРАЛ

Авторы: Н. Х. Розов

ОБЩИЙ ИНТЕГРАЛ системы обыкновенных дифференциальных уравнений

n-го порядка

$$x_i' = f_i(t, x_1, \ldots, x_n), i = 1, \ldots, n,$$

в области

G, совокупность

n соотношений

$$\Phi_i(t, x_1, \ldots, x_n) = C_i, \quad i = 1, \ldots, n,$$

содержащая

n параметров

$(C_1, \ldots, C_n) \in\in C \subset \mathbf{R}^n$ и в неявном виде описывающая семейство функций,

составляющих *общее решение* этой системы в области

G. Часто О. и. системы (1) называют не соотношения (2), а совокупность функций

$$\Phi_i(t, x_1, \ldots, x_n), \quad i = 1, \ldots, n.$$

Каждое из соотношений (2) [или каждая из функций (3)] называется первым интегралом системы (1). Иногда под О. и. системы (1) понимают совокупность более общих, чем (2), соотношений

$$\Phi_i(t, x_1, \ldots, x_n, C_1, \ldots, C_n) = 0, \quad i = 1, \ldots, n.$$

В случае обыкновенного дифференциального уравнения

n-го порядка

$$y^{(n)} = f(x, y, y', \ldots, y^{(n-1)})$$

О. и. в области

G представляет собой одно соотношение с

n параметрами

$$\Phi(x, y, C_1, \ldots, C_n) = 0,$$

в виде неявной функции описывающее общее решение этого уравнения в области G.

О. и. дифференциального уравнения с частными производными 1-го порядка называется соотношение между переменными, входящими в уравнение, содержащее одну произвольную функцию и определяющее при каждом выборе этой функции решение уравнения.