НЕГОЛОНОМНЫЕ СИСТЕМЫ

Авторы: В. М. Морозов

НЕГОЛОНОМНЫЕ СИСТЕМЫ, механич. системы, на которые кроме геометрических (голономных) связей наложены кинематич. связи, не сводящиеся к геометрическим и называемые неголономными (см. *Связи механические*). Эти дифференциальные неинтегрируемые связи накладывают ограничения на скорости $\boldsymbol{v}$ точек системы (но не на положения точек в пространстве) и аналитически представляются в форме соотношений:

$$\sum_{j=1}^{N} \boldsymbol{a}_{ij}\boldsymbol{v}_j + a_i = 0 \quad (i = 1, \ldots, s).$$

Здесь векторы $\boldsymbol{a}_{ij}$ и скаляры a_i – заданные функции времени t и радиус-векторов $\boldsymbol{r}_1, \ldots, \boldsymbol{r}_N$ N точек системы относительно некоторой неподвижной декартовой системы координат, $\boldsymbol{v}_i = \dot{\boldsymbol{r}}_i$, s – число неголономных связей. Принципиальным отличием Н. с. от *голономных систем* является то, что приведённые соотношения не могут быть выражены в форме конечных соотношений вида $f_i(x_1, \ldots, x_{3N}) = 0$ $(i = 1, \ldots, s)$. В обобщённых координатах q и скоростях $\dot{q}_k$ ($= 1, \ldots, n$) уравнения неголономных связей принимают вид:

$$\sum_{k=1}^{N} b_{ik}(q_k, t)\dot{q}_k + b_i(q_k, t) = 0 \ (i = 1, \ldots, s).$$

Здесь

$b_{ik}(q_k, t)$ и

$b_i(q_k, t)$ – заданные функции времени и обобщённых координат,

n – число независимых обобщённых координат, которыми характеризуется механич. система. Число степеней свободы Н. с. равно

$n - s$.

Примерами Н. с. могут служить шар или колесо, катящиеся без проскальзывания по шероховатой поверхности. В этих случаях на систему налагаются как геометрич. связь (определяющая положение центра шара или колеса), так и кинематич. связь, выражающая тот факт, что скорость точки касания шара или колеса с поверхностью равна нулю.

Понятия голономных и неголономных систем ввёл в механику Генрих *Герц* (1894). К Н. с. (в отличие от голономных систем) неприменимы *Лагранжа уравнения* 2-го рода, а также *Гамильтона уравнения*. Изучение движения Н. с. проводят с использованием др. дифференциальных уравнений: уравнения Лагранжа 1-го рода, уравнения Аппеля, уравнения Чаплыгина и Воронца в обобщённых координатах, уравнения Больцмана – Гамеля в квазикоординатах и др. (некоторые из этих уравнений были выведены специально для исследования Н. с.). В число дифференциальных уравнений движения Н. с. в общем случае входят также уравнения связей.

Литература

Лит.: Неймарк Ю. И., Фуфаев Н. А. Динамика неголономных систем. М., 1967;Болотин С. В., Карапетян А. В., Кугушев Е. И., Трещев Д. В. Теоретическая механика. М., 2010.