ДРОБЬ

ДРОБЬ арифметическая (положительная обыкновенная дробь), величина, содержащая целое число долей единицы. Д. изображается символом $\frac{m}{n}$ или m/n, где натуральное (т. е. целое положительное) число n называется знаменателем Д. и показывает (знаменует), на сколько долей разделяется единица, а натуральное число m, называемое числителем, показывает, сколько таких частей содержит данная Д., сама Д. называется частным от *деления* числа m на число n. Если m делится нацело на n, то частное m/n является целым числом (напр., 6/3=2, 33/11=3), в противном случае частное m/n называется дробным числом (напр., 3/7, 20/12).

Д. m/n не меняется, если её числитель и знаменатель умножить на одно и то же натуральное число. Благодаря этому любые две Д. m/n и p/q можно привести к общему знаменателю, т. е. заменить m/n и p/q на равные им Д., имеющие один и тот же знаменатель. Кроме того, Д. можно сокращать, поделив её числитель и знаменатель на одно и то же натуральное число (если числитель и знаменатель делятся нацело на это число), поэтому всякую Д. можно представить в виде несократимой Д., т. е. такой, у которой числитель и знаменатель не имеют общих делителей; напр., $^{16}/_{72}$ является сократимой Д., поскольку

$\frac{16}{72} = \frac{2 \cdot 8}{9 \cdot 8} = \frac{2}{9}$, а

$\frac{27}{64}$ – несократимой Д.

Сумма и разность Д.

a/b и

c/b с одинаковыми знаменателями определяются по правилу

$$\frac{a}{b} \pm \frac{c}{b} = \frac{a \pm c}{b},$$

в случае разности предполагается, что

$a > c$. Чтобы сложить или вычесть Д. с разными знаменателями, надо предварительно привести их к общему знаменателю. Обычно в качестве общего знаменателя дробей

a/b и

c/d берётся наименьшее общее кратное чисел

b и

d или их произведение. Умножение и деление Д. производятся по правилам

Д.

a/b называется правильной, если её числитель меньше знаменателя, и неправильной в противном случае. Неправильная Д. может быть представлена в виде т. н. смешанного числа, т. е. в виде суммы целого числа и правильной Д. Для этого надо числитель разделить (с остатком) на знаменатель и записать без пробела частное и правильную дробь, являющуюся частным от деления остатка на знаменатель. Напр.,

$$\frac{91}{17} = \frac{5 \cdot 17 + 6}{17} = 5 + \frac{6}{17} = 5\frac{6}{17}$$

(читается пять целых шесть семнадцатых). Д., знаменатель которой есть (натуральная) степень числа 10, называется *десятичной дробью.* Такую Д. обычно пишут без знаменателя, напр.:

$$\frac{5481475}{10000} = 548,1475, \quad \frac{23}{1000} = 0,023.$$

Наряду с положительными обыкновенными Д. в арифметике рассматриваются Д. p/q, где p и q – целые числа любого знака и $q \neq 0$. Такие Д. составляют множество рациональных чисел. О непрерывных (цепных) Д. см. *Непрерывная дробь*.

Операции над Д. встречаются в др.-егип. папирусе Ахмеса (ок. 200 до н. э.), где считаются допустимыми только Д. вида $1/n$, n – натуральное число. Такие Д. называются аликвотными, и ставится задача о представлении любой Д. суммой не равных между собой Д. вида $1/n$; напр., $7/_{29}$ можно представить в виде суммы $1/_5 + 1/_{29} + 1/_{145}$. В др.-вавилонских памятниках письменности встречаются т. н. сексагезимальные Д., т. е. Д., знаменатели которых суть степени числа 60; деление единицы на 60 и $3600=60^2$ частей сохранилось до нашего времени в делении часа или градуса на 60 минут и каждой минуты на 60 секунд. Совр. обозначение Д., по-видимому, впервые появилось у древних индийцев. В европ. математику термин «Д.» введён Фибоначчи (1202) после его знакомства с трудами араб. математиков. Термины «числитель» и «знаменатель» встречаются у *Максима Плануда*.

Литература

Лит.: Депман И. *Я.* История арифметики. 2-е изд. М., 1965.