ГО́ЛЬДБАХА ПРОБЛЕ́МА

Авторы: А. А. Карацуба

ГО́ЛЬДБАХА ПРОБЛЕ́МА, проблема представимости каждого нечётного числа, большего 6, в виде суммы трёх простых чисел. Г. п. сформулирована Х. *Гольдбахом* (1742) в письме к Л. *Эйлеру*. Эйлер заметил, что для решения этой проблемы достаточно доказать, что каждое чётное число, большее 3, есть сумма двух простых чисел. Эти гипотезы называются соответственно проблемами Гольдбаха и Эйлера, а иногда тернарной и бинарной Г. п. Первым шагом на пути к решению Г. п. была теорема, доказанная Г. *Харди* и Дж. *Литлвудом* (1922) о том, что если верна расширенная гипотеза Римана (все нетривиальные нули всех L-функций Дирихле лежат на одной прямой), то каждое достаточно большое нечётное число есть сумма трёх простых чисел. Рос. математиком Л. Г. Шнирельманом доказана теорема (1930) о том, что каждое натуральное число есть сумма ограниченного числа простых чисел. В 1937 И. М. *Виноградов* создал новый метод в аналитич. теории чисел (*Виноградова метод*), с помощью которого получил асимптотич. формулу для числа представлений нечётного числа суммой трёх простых чисел. Из этой формулы следует, что каждое достаточно большое нечётное число, т. е. нечётное число, большее некоторой постоянной c, называемой константой Виноградова, есть сумма трёх простых чисел, т. о., Г. п. получила полное решение для всех достаточно больших нечётных чисел. Другое доказательство тернарной Г. п. дано Ю. В. *Линником* (1945). Первая оценка константы Виноградова, $\lg c\leqslant 6000000$, была получена рос. учёным К. Бороздкиным (1939). Оценка $\lg c\leqslant 3100$ получена кит. математиками М. Ч. Лю и Т. З. Ваном (2002). Предполагая справедливость расширенной гипотезы Римана, Ж. М. Дезуйе (Франция), Д. В. Зиновьев (Россия), Х. Т. Риле (Нидерланды) и Г. Эффингер (США) доказали (1997), что $c=6$. Проблема Эйлера (бинарная Г. п.) ещё не решена (2006), известна лишь доказанная кит. математиком Дж. Р. Ченом (1966) теорема о том, что каждое достаточно большое чётное число есть сумма простого числа и числа, являющегося произведением не более чем двух простых чисел.

Литература

Лит.: Виноградов И. М. Метод тригонометрических сумм в теории чисел. 2-е изд. М., 1980;Карацуба А. А. Основы аналитической теории чисел. 2-е изд. М., 1983.

Processing math: 0%