ГИ́ЛЬБЕРТА ПРОБЛЕ́МЫ

ГИ́ЛЬБЕРТА ПРОБЛЕ́МЫ, 23 проблемы математики, сформулированные Д. *Гильбертом* на 2-м Междунар. математич. конгрессе (Париж, 1900). Развитие идей, связанных с Г. п., составило значит. часть достижений математики 20 в.

Г. п. относятся к разл. областям математики, а некоторые – сразу к нескольким. Две Г. п. относятся к основаниям математики, три – к алгебре, пять – к теории чисел, три – к геометрии, одна – к топологии, шесть – к алгебраич. геометрии, три – к группам Ли, две – к вещественному и комплексному анализу, четыре – к дифференциальным уравнениям, одна – к вариационному исчислению, одна – к аксиоматич. построению ряда физич. дисциплин, к которым Гильберт относил и теорию вероятностей.

Почти все Г. п. в той или иной степени получили своё решение. Среди наиболее известных Г. п.: связанная с *континуум-гипотезой* (1-я Г. п.); связанная с трансцендентностью некоторых чисел (7-я Г. п.); связанная с *диофантовыми уравнениями* (10-я Г. п.).

1-я Г. п. состоит в доказательстве континуум-гипотезы, которая утверждает, что с точностью до эквивалентности существует только два типа бесконечных числовых множеств: счётное множество и *континуум*. Оказалось, что континуум-гипотезу нельзя ни доказать, ни опровергнуть. Это связано с тем, что если взять стандартную систему аксиом Цермело – Френкеля ZF с аксиомой выбора (т. е. ZFC, см. *Аксиоматическая теория множеств*) и добавить к ней в качестве ещё одной аксиомы отрицание континуум-гипотезы, то, как доказано К. *Гёделем* (1936), получится непротиворечивая система утверждений при условии, что непротиворечива сама система аксиом ZF. Как доказано П. *Коэном* (1963), аналогичная ситуация получается, если к системе аксиом ZFC добавить в качестве аксиомы континуум-гипотезу.

7-я Г. п. состоит в доказательстве того, что число a^b, где a – положительное алгебраич. число, не равное единице, а b – иррациональное алгебраич. число, является трансцендентным. Справедливость этого утверждения была установлена одновременно и независимо А. О. *Гельфондом* и нем. математиком Т. Шнайдером (1934).

10-я Г. п. состоит в том, чтобы указать общий алгоритм, который за конечное число шагов позволяет установить по виду диофантова уравнения с произвольным числом неизвестных, имеет оно решение в целых числах или нет. В 1970 рос. математик Ю. В. Матиясевич доказал, что такого алгоритма не существует.

Создание А. Н. *Колмогоровым* аксиоматич. теории вероятностей (1933) иногда связывают с решением 6-й проблемы Гильберта.

Литература

Лит.: Проблемы Гильберта. Сборник / Под ред. П. С. Александрова. М., 1969;Болибрух *А.* А. Проблемы Гильберта (100 лет спустя). М., 1999.