



НЕЛИНЕЙНЫЕ СИСТЕМЫ

Авторы: Д. И. Трубецков

НЕЛИНЕЙНЫЕ СИСТЕМЫ, колебательные и волновые системы, в которых не выполняется [суперпозиции принцип](#). Н. с. многообразны, и классифицировать их можно по-разному. Сосредоточенные Н. с. – системы с конечным числом степеней свободы – разделяют на консервативные и диссипативные. Распределённые Н. с. – системы с бесконечным числом степеней свободы – различаются видом дисперсии и диссипации.

Для консервативных систем в физике выполняется закон сохранения энергии, т. е. сумма кинетич. и потенциальной энергий остаётся постоянной. Простейшим примером консервативной Н. с. является нелинейный осциллятор, описывающий колебания математич. маятника, изменение тока или напряжения в колебат. контуре. Однако в системах, описывающих, напр., химич. реакцию или сосуществование двух биологич. видов, часто невозможно даже ввести понятие энергии. Исходя из теории колебаний, признаком консервативности двумерной системы следует считать существование некоторого однозначного постоянного интеграла движения.

К диссипативным относят такие Н. с., в которых нельзя пренебречь процессами диссипации энергии. К диссипативным Н. с. относят и автоколебательные системы, которые способны осуществлять самоподдерживающееся движение. Период и амплитуда такого движения определяются параметрами самой системы и в определённых пределах не зависят от начальных условий (часы-ходики, струнные муз. инструменты, органные трубы, колебат. химич. реакции и др.).

Если в распределённой Н. с., напр. в гидродинамической, распространяется синусоидальная волна, то в отсутствие дисперсии и диссипации нелинейность приводит к непрерывному увеличению крутизны профиля волны и образованию разрыва – области бесконечно быстрого изменения параметров волны во времени и в

пространстве. В следующий момент происходит опрокидывание волны. Диссипация приводит к некоторому расплыванию профиля волны и в конечном счёте может уравновесить нелинейное увеличение крутизны профиля. При этом разрыв приближённо можно считать стационарным: он распространяется с постоянной скоростью, почти не меняя формы. Рождается стационарная ударная волна.

Дисперсионное расплывание, связанное с зависимостью фазовой скорости от длины волны, также может компенсировать процесс опрокидывания, и тогда профиль волны стабилизируется, не меняется со временем, образуется уединённая волна – СОЛИТОН.

В распределённой автоколебательной системе в результате развития неустойчивости возможно установление волновых или колебательных движений, параметры которых (амплитуда и форма колебаний и волн, частота, а в общем случае спектр колебаний) определяются самой системой и не зависят от конечного изменения начальных условий. Классич. примеры такой системы – лазер и СВЧ-генератор обратной волны.

Гл. свойство сложной Н. с. состоит в том, что вся она в целом есть нечто большее, нежели простая совокупность её частей, и это проявляется в образовании новых структур, которые оказываются когерентными во времени или пространстве.

Образующиеся структуры характеризуются определёнными временами существования и взаимодействуют друг с другом. Эти структуры по аналогии с колебаниями подразделяют на свободные (вихри за вращающимся винтом, вихревые кольца при истечении газа из сопла, обычные дымовые кольца), вынужденные (круговые конвективные ячейки, создаваемые круговой границей) и автоструктуры – локализованные пространственные образования, устойчиво существующие в диссипативных неравновесных средах и не зависящие (в конечных пределах) от граничных и начальных условий.

Автоструктуры, в свою очередь, делят на статические, позволяющие объяснить, напр., пятнистую окраску животных; стационарные (шестигранные призматич. ячейки Бенара, возникающие в подогретом снизу слое жидкости); динамические, регулярно или хаотически изменяющиеся во времени (сдвиговые течения в гидродинамике, электронные потоки в плазме, автокаталитич. химич. реакции в проточных системах и

др.). Наиболее эффективные примеры образования структур можно найти в биологии и биофизике. Канонич. пример – самоорганизация в ансамбле амёбоподобных клеток («социальные амёбы»), которая заканчивается агрегацией (появляются споры, способные выжить в экстремальных условиях).

Число форм структур, рождающихся в процессе самоорганизации, очень велико: это уединённые фронты (волны горения и популяций), импульсы (в нервных волокнах и автокаталитич. реакциях), ведущие центры (концентрич. волны) и ревербераторы – спиральные волны (сердечная ткань, волны депрессии в тканях мозга и сетчатки глаза и др.).

Существует большой класс искусственных Н. с., моделирующих реальные системы: аксиоматич. модели активной (возбудимой) среды, нелинейные решётки (сети), клеточные автоматы.

Возбуждение, напр. в нервной клетке, может возникнуть либо спонтанно, либо под влиянием соседней возбуждённой клетки, либо под внешним воздействием (напр., под действием электр. тока). После возбуждения клетка остаётся некоторое время в этом состоянии, а потом переходит в состояние рефрактерности, в котором клетка не реагирует на к.-л. воздействия. После окончания рефрактерного периода клетка возвращается в состояние покоя и вновь готова к возбуждению. Активную среду можно представить как сеть, состоящую из элементов с такими свойствами, по которой могут распространяться волны возбуждения. В рамках этой модели описывается один из самых тяжёлых патологич. режимов работы сердечной мышцы – фибрилляция, когда вместо ритмич. самосогласованных сокращений сердечной мышцы возникают лишённые к.-л. периодичности беспорядочные локальные возбуждения.

Нелинейные решётки применяются для моделирования человеческого мозга, представляемого ансамблями нейронов, причём ансамбли могут формировать ансамбли ансамблей. Подобно тому, как ансамбли возникают из нелинейных свойств отд. нейронов, ансамбли ансамблей возникают из нелинейных динамич. свойств ансамблей.

В клеточных автоматах пространство представляется равномерной сеткой, каждая ячейка которой (или клетка) содержит некоторые данные; время дискретно, а законы клеточного мира выражаются единственным набором правил, напр. небольшой справочной таблицей, по которой любая клетка на каждом шаге принимает своё новое состояние по состояниям её близких соседей. С помощью клеточных автоматов успешно решаются задачи моделирования двух- и трёхмерных гидродинамич. потоков, распространения тепловых потоков, диффузионных процессов, описания движения толпы и др.

Разработаны Н. с., соответствующие разл. нелинейным локальным и глобальным процессам в человеческом обществе (модели боевых действий, эпидемии в человеческом обществе, теория роста населения Земли, глобальные проблемы сельского хозяйства и произ-ва ресурсов, взаимодействие народа и правительства, взаимодействие старой и новой отраслей пром-сти) и в экономике (процессы установления цены, взаимодействие продавцов и покупателей и др.).

Литература

Лит.: Рабинович М. И., Трубецков Д. И. Введение в теорию колебаний и волн. 3-е изд. М.; Ижевск, 2000; Плотинский Ю. М. Модели социальных процессов. М., 2001; Короновский А. А., Трубецков Д. И. Нелинейная динамика в действии. 2-е изд. Саратов, 2002; Скотт Э. Нелинейная наука: рождение и развитие когерентных структур. 2-е изд. М., 2007; Моделирование нелинейной динамики глобальных процессов. М., 2010; Трубецков Д. И. Введение в синергетику. Хаос и структуры. 4-е изд. М., 2011.