



МИНКОВСКОГО ПРОСТРАНСТВО-ВРЕМЯ

Авторы: Д. В. Гальцов

МИНКОВСКОГО ПРОСТРАНСТВО-ВРЕМЯ, четырёхмерное пространство, точками которого являются события, каждое из которых задаётся тремя пространственными декартовыми координатами и временем, когда оно произошло:

$x^\mu = (ct, x, y, z)$. Здесь

c – скорость света, индекс

$\mu = 0, 1, 2, 3$ (

$x^0 = ct$ – временная координата,

$x^1 = x, x^2 = y, x^3 = z$ – пространственные координаты). С математич. точки зрения М. п.-

в. является плоским пространством, наделяемым псевдоевклидовой метрикой

(задающей [четырёхмерный интервал](#) s между событиями):

$$ds^2 = \eta_{\mu\nu} dx^\mu dx^\nu = c^2 dt^2 - dx^2 - dy^2 - dz^2, \quad (1)$$

где

$\eta_{\mu\nu}$ – [метрический тензор](#), имеющий отличные от нуля компоненты. М. п.-в. введено в физику Г. [Минковским](#) в 1908 для геометрич. интерпретации спец. теории относительности (СТО), обобщившей [Галилея принцип относительности](#) ньютоновской механики на случай скоростей, не малых по сравнению со скоростью света. Принцип относительности Галилея, утверждающий независимость законов механики от выбора той или иной инерциальной системы отсчёта (ИСО), основан на представлении об абсолютном времени, которое течёт одинаково во всех таких системах. Уравнения классич. электродинамики ([Максвелла уравнения](#)) и релятивистской механики не инвариантны относительно преобразований Галилея, однако инвариантны относительно [Лоренца преобразований](#), которые переходят в преобразования Галилея при скоростях, малых по сравнению со скоростью света. В отличие от

преобразований Галилея, преобразования Лоренца включают также преобразование времени, поэтому если их интерпретировать (что и предлагается в СТО) как преобразования перехода от одной инерциальной системы отсчёта к другой, то время будет течь неодинаково в разл. ИСО.

М. п.-в. является естественной геометрич. структурой для СТО, поскольку $\eta_{\mu\nu}$ не изменяется при преобразованиях Лоренца. Поэтому уравнения физич. законов, записанные в терминах четырёхмерных координат М. п.-в., инвариантны относительно преобразований Лоренца. Тем самым они автоматически удовлетворяют принципу относительности СТО. Фактически метрика М. п.-в. инвариантна относительно более широкой группы преобразований координат – группы Пуанкаре, включающей не только преобразования Лоренца, но и сдвиги начала отсчёта пространственных координат и времени, повороты пространственных осей (см.

[Пуанкаре принцип относительности](#)):

$$x^\mu \rightarrow x'^\mu = L^\mu_\nu x^\nu + a^\nu, \quad (2)$$

где

$a^\nu = \text{const}$, а

L^μ_ν матрица удовлетворяет соотношениям

$$L^\lambda_\mu L^\tau_\nu \eta_{\lambda\tau} = \eta_{\mu\nu},$$

где по повторяющимся индексам подразумевается суммирование. Инвариантным относительно преобразований (2) является также элемент объёма в пространстве событий

$d\Omega = c$

dt

dV , в то время как промежуток времени

dt и элемент объёма

dV по отдельности не инвариантны.

Объединение пространства и времени в единое четырёхмерное многообразие отражает факт неабсолютности промежутков времени и пространственных расстояний, которые оказываются зависящими от выбора ИСО. Напротив, одинаковой

во всех ИСО является скорость света, понимаемая как универсальная скорость распространения физич. взаимодействий, которая входит в метрику М. п.-в. как постоянная. Промежуток времени и пространственное расстояние между двумя событиями зависят от того, в какой ИСО эти величины измеряются; абсолютное значение имеет лишь четырёхмерный интервал между событиями, вычисляемый по формуле (1).

Если выбрать начало четырёхмерной системы координат в точке, отвечающей некоторому событию

O , то [мировые линии](#) световых лучей, исходящих из

O , будут образовывать гиперповерхность

$c^2 t^2 = x^2 + y^2 + z^2$, называемую [световым конусом](#). Все события, лежащие внутри светового конуса (т. е. в области

$c^2 t^2 > x^2 + y^2 + z^2$) при

$t > 0$, происходят в абсолютном будущем по отношению к

O ; они отделены от

O времениподобным (вещественным) интервалом (см. [Времениподобный вектор](#)).

Аналогично, события, лежащие внутри светового конуса при

$t < 0$, абсолютно предшествуют событию

O . Область, лежащая вне светового конуса (т. е. при

$c^2 t^2 < x^2 + y^2 + z^2$), соответствует событиям, которые не могут находиться в причинной связи с

O ; это абсолютно удалённая область, объединяющая события, отделённые от

O пространственноподобным (мнимым) интервалом (см. [Пространственноподобный вектор](#)). Временная последовательность событий, разделённых

пространственноподобным интервалом, не абсолютна: найдётся ИСО, в которой эти события одновременны, однако существуют ИСО, в которых первое предшествует второму и наоборот.

Литература

Лит.: Минковский Г. Пространство и время // Принцип относительности. М., 1973;

Ландау Л. Д., Лифшиц Е. М. Теория поля. 8-е изд. М., 2003; Гальцов Д. В.

Теоретическая физика для студентов-математиков. М., 2003.

Processing math: 100%