ЛЕЖАНДРА МНОГОЧЛЕНЫ

Авторы: П. К. Суетин

ЛЕЖАНДРА МНОГОЧЛЕНЫ (сферические многочлены), многочлены, ортогональные с единичной весовой функцией на отрезке $[-1,1]$. Для Л. м. справедлива формула

$$P_n(x)=\frac{1}{2^n n!}\frac{d^n}{dx^n}\left(x^2-1\right)^n,\quad n=0,1,2...$$

Если функция $f(x)$ непрерывно дифференцируема на $[-1,1]$, то она разлагается в Фурье ряд по Л. м., т. е.

$$f(x)=\sum_{n=0}^{\infty}a_nP_n(x),\quad x\in[-1,1],$$

где коэффициенты a_n Фурье – Лежандра определяются по формуле

$$a_n=\frac{2n+1}{2}\int_{-1}^{1}f(x)P_n(x)dx,\quad n=0,1,2...$$

Указанный ряд сходится равномерно и абсолютно. Л. м. $P_n(x)$ имеет n корней, все они действительные, простые и расположены на интервале $(-1,1)$. Л. м. появляются при решении Лапласа уравнения в сферич. координатах. Л. м. рассматривались независимо П. Лапласом (1782) и А. Лежандром (1785).

Л. м. применяются в вычислительной математике и математич. физике.

Литература

Лит.: Локуциевский О. В., Гавриков М. Б. Начала численного анализа. М., 1995;Суетин П. К. Классические ортогональные многочлены. 3-е изд. Ижевск, 2007.