ЛАГЕРРА МНОГОЧЛЕНЫ

Авторы: П. К. Суетин

ЛАГЕРРА МНОГОЧЛЕНЫ (Чебышева – Лагерра многочлены), многочлены, ортогональные на интервале $(0,\infty)$ с весовой функцией $h(x)=x^{\alpha}e^{-x}$, где $\alpha>-1$. Л. м. определяются формулой

$$L_n=(x;\alpha)=(-1)^n\frac{x^{-\alpha}e^{x}}{n!}\frac{d^n}{dx^n}(x^{\alpha+n}t^{-x}),\ n=0,\ 1,\ 2,\ \dots$$

При $\alpha=0$ Л. м. впервые встречаются у Ж. Лагранжа (1788). Начало систематич. изучению этих многочленов положил П. Л. Чебышев (1859), первая работа Э. Лагерра относится к 1879 году. При $\alpha>-1$ многочлены рассматривал Ю. В. Сохоцкий (1873).

Если функция $f(x)$ непрерывно дифференцируема на интервале $(0,\infty)$, интегрируема на этом интервале с весом $h(x)=x^{\alpha}e^{-x}$, то при некоторых дополнительных условиях эта функция разлагается в ряд Фурье по Л. м., то есть

$$f(x)=\sum_{n=0}^{\infty}a_n(\alpha)L_n(x;\alpha),x\in(0,\infty)$$

где коэффициенты Фурье – Лагерра определяются формулой

$$a_n(\alpha)=\frac{n!}{\Gamma(n+a+1)}\int_{n=0}^{\infty}x^{\alpha}e^{-x}f(x)L_n(x;\alpha)dx,\ n=0,\ 1,\ 2,\dots$$

Л. м. применяются в вычислит. математике и математич. физике.

Литература

Лит.: Локуциевский О. В., Гавриков М. Б. Начала численного анализа. М., 1995; Суетин П. К. Классические ортогональные многочлены. 3-е изд. М., 2007.