



# КВАНТОВАЯ ТЕОРИЯ ТЯГОТЕНИЯ

Авторы: А. А. Старобинский

КВАНТОВАЯ ТЕОРИЯ ТЯГОТЕНИЯ, квантовополевая теория [гравитационного взаимодействия](#). Поскольку гравитационное взаимодействие универсально (в нём одинаково участвуют все виды материи независимо от их конкретных свойств), считается, что построение полной, законченной К. т. т. неотделимо от построения единой квантовой теории всех физич. полей. Такая единая теория ещё не создана, и под общим термином «К. т. т.» объединяют неск. более частных и относительно самостоятельных направлений: квантовую теорию собственно гравитации, теорию негравитационных квантовых полей в искривлённом пространстве-времени, квантовую космологию и квантовую теорию чёрных дыр, квантовую [супергравитацию](#) и многомерные единые теории поля. Предполагается, что эти направления в будущем сольются и станут частями полной К. т. т. Пока К. т. т. носит в осн. теоретич. характер и не опирается на лабораторные эксперименты. Это обусловлено крайней малостью квантовых эффектов, связанных с гравитацией. К. т. т. строится по образу квантовой теории др. полей материи, исходя из условия согласованности с ними.

## Квантовая теория собственно гравитации

(обычно называемая квантовой теорией гравитации, КТГ) основана на использовании квантования в классич. теории гравитац. взаимодействия – [общей теории относительности](#) Эйнштейна (ОТО). В случае слабого гравитац. поля метрический тензор искривлённого пространства-времени, определяющий все его геометрич. свойства, имеет вид:

$$g_{\mu\nu} = \eta_{\mu\nu} + h_{\mu\nu} \text{ где}$$

$$\mu, \nu = 0, 1, 2, 3;$$

$\eta_{\mu\nu} = \text{diag}(1, -1, -1, -1)$  – метрический тензор [Минковского пространства-времени](#),  $|h_{\mu\nu}| \ll 1$ . Тогда в первом приближении ОТО сводится к релятивистской теории

свободного безмассового поперечного тензорного поля

$h_{\mu\nu}$  – гравитационных волн – в плоском пространстве-времени. В квантовой теории величины

$g_{\mu\nu}$  и

$h_{\mu\nu}$  становятся операторами.

Гравитац. волны можно рассматривать как поток квантов – гравитонов,

представляющих собой нейтральные частицы с нулевой массой покоя и со спином 2.

Спиральность гравитона (проекция его спина на направление движения) всегда

равна  $\pm 2$ . Гравитоны подчиняются Бозе – Эйнштейна статистике и могут

неограниченно накапливаться в одном квантовом состоянии, образуя когерентный

конденсат, который представляет собой классич. гравитац. волну. Вследствие общей

ковариантности ОТО поле

$h_{\mu\nu}$  является калибровочным полем. Соответственно, требование калибровочной симметрии (инвариантности) накладывается на КТГ и на К. т. т. в целом.

Нелинейность ОТО (см. Тяготение) приводит к нелинейности КТГ; в следующем

порядке теории возмущений по

$h_{\mu\nu}$  гравитоны начинают взаимодействовать друг с другом и со всеми остальными

квантовыми частицами. Типичный процесс – рассеяние гравитона на гравитоне;

сечение этого процесса

$$\sigma \approx l_{\text{Pl}}^2 (E/m_{\text{Pl}}c^2)^2,$$

где

$l_{\text{Pl}} = \hbar/m_{\text{Pl}}c \approx 10^{-33}$  см – планковская длина,

$\hbar$  – постоянная Планка,

$c$  – скорость света,

$m_{\text{Pl}} = (\hbar c/G)^{1/2} \approx 10^{-5}$  г – планковская масса,

$m_{\text{Pl}}c^2 \approx 10^{19}$  ГэВ,

$G$  – гравитац. постоянная,

$E$  – полная энергия гравитонов в системе центра инерции

( $E \ll m_{\text{Pl}}c^2$ ). Ввиду крайней малости

$l_{\text{Pl}}$  сечение

$\sigma$  ничтожно мало в подавляющем большинстве процессов во Вселенной. Другими процессами такого типа являются двухгравитонное рождение пары частица-античастица любого негравитационного квантового поля и обратный процесс двухгравитонной аннигиляции пары:

$$g + g \leftrightarrow N + \tilde{N}$$

$g$  – гравитон,

$N$  и

$\tilde{N}$  – частица и античастица). Если

$E \gg m_N c^2$ , где

$m_N$  – масса покоя частицы

$N$ , то сечение обоих процессов также даётся формулой (1). Т. о., на квантовом уровне взаимопревращаемы все виды материи, включая гравитац. поле.

Из-за наличия калибровочной симметрии поле

$h_{\mu\nu}$  содержит лишние степени свободы, соответствующие нефизич. значениям спиральности  $0, \pm 1$ . Поэтому, как и в случае электромагнитного поля, возможны два способа квантования: канонический и ковариантный. В первом случае для построения КТГ используется нековариантный гамильтонов формализм. При этом релятивистская ковариантность теории нарушается при выборе некоторой системы отсчёта и расщепления единого четырёхмерного пространства-времени на отдельные пространство и время [т. н.  $(3 + 1)$ -расщепление], после чего все нефизич. степени свободы могут быть исключены, а все физич. результаты не зависят от выбора системы отсчёта. Это направление в КТГ называют также квантовой геометродинамикой.

При ковариантном квантовании гравитац. поля используется лагранжев формализм, который позволяет сохранить релятивистскую ковариантность на всех этапах вычислений. Нефизич. степени свободы не исключаются явно, но их вклад во все физич. процессы компенсируется введением вспомогат. полей (дúхов Фаддеева – Попова), обладающих неправильной связью спина со статистикой. Канонич. и ковариантный способы квантования формально эквивалентны во всех порядках по

$h_{\mu\nu}$

Однако практич. расчёт физич. процессов в высших порядках теории возмущений по  $h_{\mu\nu}$ , для которых Фейнмана диаграммы содержат более одной замкнутой гравитонной петли (замкнутая петля изображает пару виртуальных гравитонов), оказывается невозможным из-за неперенормируемости КТГ, основанной на лагранжиане ОТО. В лагранжиан ОТО входит размерная константа  $l_{\text{Pl}}^{-2}$ . Поэтому диаграммы, содержащие всё большее количество гравитонных петель, формально приводят к появлению бесконечного числа расходящихся радиац. поправок к лагранжиану ОТО, которые нельзя устранить перенормировкой. Если ограничиться расчётом только тех диаграмм Фейнмана, в которых внешние гравитонные линии соответствуют реальным гравитонам, то диаграммы, содержащие только одну гравитонную петлю, оказываются конечными. Поэтому КТГ на массовой поверхности конечна в однопетлевом приближении. Начиная с диаграмм Фейнмана, имеющих две гравитонные петли, КТГ не является конечной даже на массовой поверхности.

Существуют три подхода к проблеме неперенормируемости КТГ. Первый связан с переходом к квантовой супергравитации и с надеждой найти такую теорию, которая, несмотря на наличие размерной константы в лагранжиане, окажется конечной на массовой поверхности. Из-за наличия дополнит. симметрии число расходимостей в квантовой супергравитации уменьшается. В частности, уже простейшая т. н.  $N = 1$  супергравитация, содержащая кроме гравитона безмассовую фермионную спиральную частицу со спином  $3/2$  (гравитино), оказывается конечной на массовой поверхности в двухпетлевом приближении. Пока не удалось построить ни одного варианта квантовой супергравитации, которая была бы конечна в трёхпетлевом приближении.

В другом, альтернативном подходе в лагранжиан ОТО добавляются квадратичные по тензору Риччи общековариантные члены, коэффициенты при которых оказываются безразмерными; эта процедура ведёт к построению перенормируемой КТГ. Как и в др. перенормируемых квантовых теориях, для констант связи этого варианта КТГ можно написать уравнения ренормализационной группы. Возникающая в результате этого зависимость констант связи от энергии отвечает случаю асимптотической свободы,

т. е. константы логарифмически убывают с ростом энергии

Е при

$E \gg m_{\text{Pl}} c^2$ . В такой КТГ, помимо обычного гравитона, содержатся ещё две массивные, универсально взаимодействующие частицы со спином 0 и со спином 2. Массы покоя этих частиц порядка

$m_{\text{Pl}}$ , умноженной на безразмерные константы связи. Учёт радиац. поправок приводит к нестабильности массивных частиц: они могут распадаться на пару гравитонов или пару частица-античастица любых квантовых негравитац. полей. Массивная частица со спином 2 представляет собой осн. трудность для данного подхода: она является или таххионом (масса покоя мнимая), или, при др. знаке константы связи, «духом», в этом случае масса действительна, но энергия отрицательна.

Третий, ныне наиболее популярный подход связан с идеей построения квантовой теории всех взаимодействий (включая гравитационное) без УФ-расходимостей на основе нелокальных фундам. объектов – суперструн. Доказано, что в низкоэнергетическом

( $E \ll m_{\text{Pl}} c^2$ ) пределе теории суперструн возникает ОТО с гравитонами. Квантовые поправки к ОТО, которые должны вытекать из теории суперструн и её дальнейшего обобщения (т. н. М-теории), ещё не рассчитаны количественно. В любом варианте КТГ следует ожидать, что на масштабах порядка

$l_{\text{Pl}}$  относит. квантовые флуктуации метрич. тензора

$g_{\mu\nu}$  становятся порядка единицы, в результате чего понятие классич. геометрии пространства-времени теряет смысл. В этих условиях может испытывать сильные флуктуации также и топология пространства-времени (в классич. ОТО топология задаётся как начальное условие и не изменяется с течением времени). При усреднении по масштабам

$l \gg l_{\text{Pl}}$  эти флуктуации сглаживаются.

## **Теория негравитационных квантовых полей в искривлённом пространстве-времени**

Это направление в К. т. т. исследует методы квантования негравитац. полей на фоне классич. гравитац. поля (которое описывается метрич. тензором искривлённого

пространства-времени), а также связанные с этим квантовые физич. процессы в сильных гравитац. полях. Гравитац. поле приводит к изменению свойств вакуума физического, возникают эффекты поляризации вакуума и рождения пар частица-античастица. Аналогичные эффекты имеют место и, напр., для электронно-позитронного вакуума классич. электромагнитного поля; разница связана лишь с универсальностью взаимодействия гравитац. поля со всеми физич. квантовыми полями. Одной из важнейших величин, характеризующих оба этих эффекта, является среднее значение оператора тензора энергии-импульса квантового поля

$$\langle \hat{T}_{\mu}^{\nu} \rangle = \langle \hat{\Psi} | T_{\mu}^{\nu} | \Psi \rangle$$

по некоторому вектору состояния  $|\Psi\rangle$ , который задаётся начальными условиями. Если пространство-время плоское при  $t \rightarrow -\infty$ , то в качестве обычно берут физич. вакуум в пространстве-времени

Минковского (при

$t \neq -\infty$  это состояние в общем случае уже не является вакуумом из-за эффекта рождения частиц). Для вычисления необходимо провести

регуляризацию расходящихся интегралов. При произвольном

$|\Psi\rangle$  эта регуляризация может быть проведена общековариантным образом. Для невзаимодействующих квантовых полей она сводится к перенормировке четырёх

констант в лагранжиане гравитац. поля: космологической постоянной

$\Lambda$ , гравитационной постоянной  $G$  и двух безразмерных констант, стоящих перед двумя общековариантными выражениями, квадратичными по тензору Риччи

$R_{\mu\nu}$ . Теории взаимодействующих квантовых полей, перенормируемые в плоском пространстве-времени, остаются перенормируемыми и в искривлённом классич. пространстве-времени.

Поскольку гравитац. постоянная

$G$  не входит в уравнения движения физич. полей в искривлённом пространстве-времени, она не входит и в

$\langle \hat{T}_{\mu}^{\nu} \rangle$ . Поэтому для рассматриваемых процессов характерной длиной является не

$l_p$ , а связанная с интенсивностью гравитац. поля длина

$$l_g = (R_{\mu\nu\rho\sigma} R^{\mu\nu\rho\sigma})^{-1/4},$$

где  $R_{\mu\nu\rho\sigma}$  – тензор кривизны Римана. В большинстве интересных для приложений случаев (метрики космологич. моделей и метрики чёрных дыр в окрестности их гравитац.

радиуса) масштаб, на котором гравитац. поле существенно изменяется, также порядка

$l_g$ . Тогда условие

$l_g \gg l_{Pl}$  есть условие возможности классич. описания гравитац. поля. Вклад в

$\langle \hat{T}^\nu_\mu \rangle$  эффектов поляризации вакуума и рождения пар частиц в общем случае

разделить нельзя; типичная величина плотности вакуумной энергии квантовых полей с массой покоя частиц

$m \ll \hbar/cl_g$  (в т. ч. безмассовых) оказывается порядка

$\epsilon_{\text{вак}} = \langle \hat{T}^0_0 \rangle \sim \hbar c/l_g^4$ . Если рождение частиц не подавлено к.-л. спец. симметрией

пространства-времени, то при

$m \ll \hbar/cl_g$  энергия рождающихся частиц

$E \sim \hbar c/l_g$ , а локальная скорость изменения плотности числа частиц

$n$  за счёт их рождения (при усреднении по пространственно-временным масштабам много большим

$l_g$ ) пропорциональна

$cl_g^{-4}$ . В противоположном случае

$m \gg \hbar/cl_g$  рождение частиц экспоненциально подавлено, а вакуумный тензор энергии-импульса определяется только поляризацией вакуума,

$\epsilon_{\text{вак}} \sim \hbar^3/cm^2 l_g^6$ . Методы теории квантовых полей в искривлённом пространстве-времени находят практич. приложение для расчёта физич. эффектов в квантовой космологии и квантовой теории чёрных дыр.

Квантовая космология представляет собой применение К. т. т. (в т. ч. теории негравитац. квантовых полей в искривлённом пространстве-времени) к начальным стадиям расширения Вселенной вблизи сингулярности. Наиболее важное достижение квантовой космологии – построение [инфляционной модели Вселенной](#), в которой Вселенная на раннем этапе своей эволюции проходила через де-ситтеровскую (инфляционную) стадию экспоненциального расширения.

Эффекты К. т. т. проявляются в инфляционной модели Вселенной двояким образом.

Во-первых, само существование инфляционной стадии может быть связано с квантовыми поправками к ОТО (другая возможность – гравитац. отталкивание, вызванное потенциальной энергией некоторого скалярного поля, возникающего в

супергравитац. теориях). Во-вторых, разновидностью эффекта рождения частиц является эффект усиления вакуумных квантовых флуктуаций этого скалярного поля. Этот эффект приводит к стохастич. эволюции скалярного поля и метрики пространства-времени на инфляционной стадии, зависимости продолжительности этой стадии от пространственных координат и к появлению возмущений метрики пространства-времени (отклонений от однородности и изотропии) скалярного типа, что позднее ведёт к образованию галактик и их скоплений в совр. Вселенной и к появлению стохастических угловых флуктуаций темп-ры реликтового излучения (см. [Микроволновое фоновое излучение](#)) с характерной относительной величиной  $\sim 10^{-5}$  и гауссовой статистикой. Эти теоретич. предсказания были подтверждены в космич. эксперименте COBE (Cosmic Background Explorer, 1992) и последующих экспериментах, что явилось первым примером наблюдаемого эффекта, связанного с квантованием метрики пространства-времени. Кроме того, чисто квантовый гравитац. эффект рождения гравитонов на инфляционной стадии ведёт к возникновению изотропного нетеплового фона стохастич. гравитац. волн. Из наблюдательного верхнего предела на величину этого фона следует, что величина  $I_g$  на наблюдаемой в настоящее время части инфляционной стадии больше  $5 \cdot 10^4 I_{PJ}$ .

Квантовая теория чёрных дыр исследует эффекты рождения частиц и поляризации вакуума в гравитац. поле [чёрных дыр](#) (ЧД). Осн. результат состоит в том, что невращающаяся ЧД массы  $M$  излучает рождённые кванты как термодинамически равновесное тело и в результате «испаряет» в окружающее пространство свою массу (эффект Хокинга, 1974). Рождение частиц происходит из-за существования [горизонта событий](#) ЧД и нестатичности метрики пространства-времени под горизонтом. Излучение частиц, рождённых чёрной дырой, подчиняется закону Кирхгофа. Спектр излучения ЧД близок к спектру излучения чёрного тела; отличие связано с тем, что ЧД не является абсолютно поглощающей для падающего на неё излучения (или квантовых частиц) с длиной волны больше или равной гравитац. радиусу ЧД. Для ЧД с массой порядка массы Солнца ( $2 \cdot 10^{33}$  г) эффект количественно ничтожен, но важен в принципиальном отношении, поскольку приводит к конечности времени



существования ЧД:  $t_{\text{ЧД}}(c) \approx 10^{-27} M_{\text{ЧД}}^3$  (г). Эффект Хокинга мог бы быть наблюдаем непосредственно для ЧД с малой массой  $M \sim 10^{15}$  г, находящихся достаточно близко от Земли. Такие ЧД не могут возникнуть в результате коллапса звёзд, но они могли образоваться на ранних стадиях эволюции Вселенной (т. н. первичные ЧД).

С течением времени вследствие уменьшения массы ЧД скорость её испарения возрастает. Процесс завершается «квантовым взрывом» ЧД, когда за последнюю секунду её жизни выделяется энергия ок.  $10^{23}$  Дж.

Для вращающейся ЧД кроме эффекта Хокинга существует эффект рождения частиц, связанный с наличием у неё эргосферы. Квантовые гравитац. эффекты приводят также к кардинальной перестройке внутр. строения вращающихся или электрически заряженных ЧД под их горизонтом событий, к запрету на образование белых дыр во Вселенной и к существованию нижнего предела массы ЧД:

$$M_{\text{ЧД}} > m_{\text{Pl}}.$$

## Многомерные единые теории поля

К К. т. т. непосредственно примыкают многомерные единые теории всех взаимодействий, включая гравитационное. Объединение пространственно-временной симметрии с внутренними и калибровочными симметриями сильного, электромагнитного и слабого взаимодействий достигается в этих теориях при введении искривлённого пространства-времени размерности

$4 + d$ , где

$d$  – натуральное число (одна координата из четырёх является временной, остальные – пространственными). Предполагается, что дополнительные

$d$  измерений к.-л. образом компактифицируются в замкнутое

$d$ -мерное пространство (в простейшем случае – в

$d$ -мерную сферу) с характерными размерами порядка

$l_{\text{Pl}}$ . Симметрия этого

$d$ -мерного пространства определяет симметрию сильного, электромагнитного и

слабого взаимодействий. Для макроскопич. наблюдателя в четырёхмерном мире такие теории содержат бесконечное число квантовых полей. При этом кванты тех полей,

которые не зависят от координат

$d$ -мерного пространства, имеют массу покоя

$m \ll m_{\text{Pl}}$ , а остальные являются очень тяжёлыми

( $m \geq m_{\text{Pl}}$ ) и поэтому не проявляются в лабораторных экспериментах. Первый,

простейший вариант такой теории

( $d = 1$ ) рассматривался ещё в 1920-х гг. нем. физиком Т. Калуцой и швед. физиком

О. Клейном. Наибольший интерес представляют 10-мерная теория

( $d = 6$ ), которая возникает в низкоэнергетическом

( $E \ll m_{\text{Pl}}c^2$ ) пределе более фундам. теории двумерных объектов – суперструн, и 11-

мерная теория, появляющаяся в некотором пределе М-теории (см. [Калуцы – Клейна](#)

[теория](#)).

## Литература

Лит.: Вейнберг С. Гравитация и космология. М., 1975; Зельдович Я. Б., Новиков И. Д. Строение и эволюция Вселенной. М., 1975; Биррелл Н., Девис П. Квантованные поля в искривленном пространстве-времени. М., 1984; Новиков И. Д., Фролов В. П. Физика черных дыр. М., 1986; Линде А. Д. Физика элементарных частиц и инфляционная космология. М., 1990.

Processing math: 100%