# КВАДРАТУРНЫЕ ФОРМУЛЫ

Авторы: С. А. Теляковский

КВАДРАТУРНЫЕ ФОРМУЛЫ, формулы приближённого вычисления определённого интеграла от функции $f(x)$ по её значениям в конечном числе точек. Погрешность вычисления интегралов по К. ф. зависит от гладкости функции $f(x)$. Обычно К. ф. имеют вид

$$\int_a^b f(x)dx \approx p_1 f(x_1) + \ldots + p_n f(x_n),$$

где $x_1, \ldots, x_n$ – точки отрезка $[a, b]$, их называют узлами К. ф., а $p_1, \ldots, p_n$ – числа, их называют коэффициентами (или весами) К. ф. Часто отрезок $[a, b]$ разбивают на конечное число отрезков, на каждом из которых используют к.-л. простую К. ф. Простейшими К. ф. являются формула прямоугольников

$$\int_a^b f(x)dx \approx (b-a)f\left(\frac{a+b}{2}\right) \int f(x)dx \approx (b-a)f\left(\frac{a+b}{2}\right)$$

и формула трапеций

$$\int_a^b f(x)dx \approx \frac{b-a}{a}(f(a) + f(b)),$$

они дают точное значение интеграла для линейных функций. Формула Симпсона

$$\int_a^b f(x)dx \approx \frac{b-a}{6}\left(f(a) + 4f\left(\frac{a+b}{2}\right) + f(b)\right)$$

даёт точное значение интеграла для многочленов 3-й степени.

Для приближённого вычисления кратных интегралов используются аналогичные формулы, которые называют кубатурными.

Для вычисления, в первую очередь кратных интегралов, используют также формулы со случайным выбором узлов и коэффициентов (см. *Монте-Карло метод*).

## Литература

Лит.: Крылов В. И. Приближенное вычисление интегралов. 2-е изд. М., 1967;Крылов В. И., Шульгина Л. Т. Справочная книга по численному интегрированию. М., 1968.