ДЕЙСТВИТЕЛЬНОЕ ЧИСЛО

ДЕЙСТВИТЕЛЬНОЕ ЧИСЛО (вещественное число), любое положительное число, отрицательное число или нуль. Д. ч. разделяются на рациональные и иррациональные. Каждое рациональное число представимо как в виде дроби p/q, где p и q – целые числа, $q \neq 0$, так и в виде конечной или бесконечной периодич. десятичной дроби, а любое иррациональное число представимо в виде бесконечной непериодич. десятичной дроби. Строгая теория Д. ч. была развита во 2-й пол. 19 в. в трудах К. *Вейерштрасса*, Р. *Дедекинда* и Г. *Кантора*. Множество всех Д. ч. называют числовой прямой и обозначают $\boldsymbol{R}$. Это множество линейно упорядочено (т. е. одно из двух разл. чисел больше другого) и образует *поле* по отношению к операциям сложения и умножения. Множество рациональных чисел всюду плотно в $\boldsymbol{R}$, т. е. каждое Д. ч. является пределом последовательности рациональных чисел. Числовую прямую можно представить в виде геометрич. прямой, т. е. между числами из $\boldsymbol{R}$ и точками на прямой можно установить взаимно однозначное соответствие с сохранением упорядоченности. Важнейшим свойством числовой прямой является её непрерывность. Свойство непрерывности числовой прямой имеет неск. эквивалентных формулировок. Принцип Вейерштрасса: всякое непустое ограниченное сверху числовое множество имеет (единственную) точную верхнюю грань. Принцип Дедекинда: всякое сечение (*дедекиндово сечение*) в области Д. ч. имеет рубеж. Принцип Кантора (принцип вложенных отрезков): для всякой системы вложенных отрезков числовой прямой, длины которых стремятся к нулю, т. е. системы $\{[a_n, b_n]\}_{n=1}^{\infty}$, $a_1 \leq a_2 \leq \ldots$, $b_1 \leq b_2 \leq \ldots$, $b_n - a_n \to 0$, $n \to \infty$, существует единственное число, принадлежащее всем отрезкам.

Теория Д. ч. является фундаментом, на котором строится теория пределов и вместе с ней весь совр. математич. анализ.

Литература

Лит.: Никольский С. М. Курс математического анализа. 6-е изд. М., 2001;Фихтенгольц Г. М. Курс дифференциального и интегрального исчисления. 8-е изд. М.; СПб., 2001. Т. 1; Ильин В. А., Позняк Э. Г. Основы математического анализа. 6-е изд. М., 2002. Ч. 1.