



# ВИНЕРОВСКИЙ ПРОЦЕСС

Авторы: Ю. В. Прохоров

ВИНЕРОВСКИЙ ПРОЦЕСС, случайный процесс, служащий математической моделью броуновского движения. В. п. определяется как случайный процесс

$X(t)$  с непрерывным временем

$t \in T$  (обычно

$T = [0, \infty)$  и л и  $T = [0, 1]$ ) с

$X(0) = 0$ , приращения которого за непересекающиеся промежутки времени взаимно независимы, при этом

$X(s + t) - X(s)$  при любом

$s$  имеет нормальное распределение с нулевым математич. ожиданием и дисперсией

$t$ . Такой В. п. называется стандартным. Произвольный В. п., у которого приращения за время

$t$  распределены с математич. ожиданием

$\theta t$  и дисперсией

$\sigma^2 t$ , линейно преобразуется к стандартному В. п.;

$\theta$  и

$\sigma^2$  называются соответственно коэффициентами сноса и диффузии. В. п. в терминах общей классификации случайных процессов является однородным марковским процессом с непрерывным временем и непрерывным пространством состояний.

Плотность

$p(t, x, y)$  переходной вероятности В. п. (характеризующая переход из

$x$  в

$y$  за время

$t$ ) представляет собой единственное решение уравнения диффузии

$$\frac{\partial p}{\partial t} = \frac{1}{2} \frac{\partial^2 p}{\partial x^2}$$

и равна

$$p(t, x, y) = \frac{1}{\sqrt{2\pi t}} e^{-(y-x)^2 / (2t)}.$$

Для любых

$n$  и

$0 < t_1 < \dots < t_n < T$  совместное распределение случайных величин

$X(t_1), \dots, X(t_n)$  нормально.

Первая строгая теория процесса броуновского движения была дана Н. Винером (1918–23).

## Литература

Лит.: Леви П. Стохастические процессы и броуновское движение. М., 1972; Прохоров Ю. В., Розанов Ю. А. Теория вероятностей. 3-е изд. М., 1987.