



АЛГОРИТМИЧЕСКАЯ ПРОБЛЕМА

Авторы: С. И. Адян

АЛГОРИТМИЧЕСКАЯ ПРОБЛЕМА, проблема, в которой требуется найти единый чётко описанный метод (*алгоритм*) для решения бесконечной серии однотипных единичных задач. Такие проблемы называют также *массовыми проблемами*.

Предписание для работы алгоритма должно быть настолько чётким, чтобы эту работу можно было поручить машине. А. п. возникли и решались в разл. областях математики на протяжении всей её истории. После того как в 1930-х гг. в математич. логике было выработано определение понятия алгоритма, появилась возможность доказывать, что некоторые А. п. неразрешимы, то есть искомые в них алгоритмы не существуют, поэтому А. п. стали формулировать как задачи существования соответствующего алгоритма и его нахождения в случае, если он существует.

В теории алгоритмов почти одновременно появилось несколько различных по форме уточнений понятия алгоритма, которые оказались эквивалентными по существу. Каждое из этих уточнений заключается в том, что выделяется тот или иной достаточно широкий класс конкретных алгоритмов в фиксированном языке, замкнутый относительно естественных операций соединения алгоритмов. На практике математически строго доказываются теоремы о невозможности решения рассматриваемой А. п. с помощью алгоритмов данного класса. В то же время результаты такого рода можно перенести на общепонятный для математиков язык алгоритмов, понимаемых в интуитивном смысле. Этот перенос основан на высказанном А. *Чёрчем* в 1936 тезисе (т. н. тезисе Чёрча), который утверждает, что с помощью алгоритмов каждого из рассматриваемых классов при соответствующей кодировке объектов можно выполнить работу любого алгоритма, понимаемого в интуитивном смысле. Этот тезис есть естеств.-науч. факт, подкреплённый всей историей математики.

Первые примеры неразрешимых А. п. были обнаружены в самой теории алгоритмов. К ним относится проблема распознавания самоприменимости машин Тьюринга, проблема останки алгоритма, проблема распознавания принадлежности числа данному нерекурсивному множеству натуральных чисел. Из неразрешимых А. п. в области математич. логики следует отметить проблему распознавания тождественной истинности формул исчисления предикатов 1-й ступени (А. Чёрч, 1936) и проблему распознавания истинности замкнутых формул в арифметике.

В сер. 20 в. была доказана неразрешимость ряда классич. А. п. в традиц. разделах математики. Среди них – результат А. А. [Маркова](#) и амер. математика и логика Э. Л. Поста о неразрешимости поставленной А. [Тью](#) (1914) проблемы распознавания равенства слов в полугруппах, заданных определяющими соотношениями (1947), аналогичный результат для групп (П. С. [Новиков](#), 1955), результат С. И. [Адяна](#) (1957) об алгоритмич. нераспознаваемости почти всех инвариантных групповых свойств, в т. ч. свойств единичности, конечности, периодичности, результат Маркова о неразрешимости проблемы распознавания гомеоморфизма для 4-мерных многообразий (1958) и результат Ю. В. Матиясевича (1971) о несуществовании алгоритма для распознавания разрешимости диофантовых уравнений в целых числах (10-я проблема Гильберта).

Литература

Лит.: Адян С. И., Дурнев В. Г. Алгоритмические проблемы для групп и полугрупп // Успехи математических наук. 2000. Т. 55. Вып. 2.